

B O K O R N Á N D O R
TÉRIDŐ-GEOMETRIA

B O K O R N Á N D O R

TÉRIDŐ-GEOMETRIA

Négydimenziós kalandok 18 éven felülieknek



TYPOTEX

A kötet megjelenését a Magyar Tudományos Akadémia és a
könyvkiadói program keretében a Nemzeti Kulturális Alap
támogatta.



Nemzeti
Kulturális
Alap

© Bokor Nándor, Typotex, Budapest, 2023
Engedély nélkül semmilyen formában nem másolható!

Lektorálta: Szabados László

ISBN 978 963 493 247 5

Kedves Olvasó!

Köszönjük, hogy kínálatunkból választott olvasnivalót!
Újabb kiadványainkról és akcióinkról a www.typotex.hu
és a facebook.com/typotexkiado oldalakon értesülhet.

Typotex Kiadó

Alapította Votisky Zsuzsa, 1989

A kiadó az 1795-ben alapított Magyar Könyvkiadók
és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja.

Felelős kiadó: Németh Kinga

Felelős szerkesztő: Szabó Mihály István

Tördelés: Szabó Attila József

Borítóterv: Somogyi Péter

Készült a Multiszolg Bt. nyomdájában

Felelős vezető: Kajtor Bálint

TARTALOM

Bevezető	7
1. A fény legfurcsább tulajdonsága	11
2. Események, megfigyelők	23
3. A téridődiagram	32
4. „Pontosan akkor, amikor...”	47
5. Meghalhatunk-e, mielőtt megszületünk?	53
6. Milyen gyors az űrexpressz?	58
7. Időtágulás, hosszrövidülés	65
8. A tengelyek kalibrálása	80
9. A Doppler-hatás	84
10. A Lorentz-transzformáció	90
11. Időszerű, térszerű, fényszerű	103
12. Hogyan mérünk hosszúságot a téridőben?	115
13. Időzített bomba a Naprendszerben	121
14. Egy halászlegény, három űrutazó és a maximális öregedés elve	128

15. Lucky Luke és a tachion antitelefon paradoxon	145
16. Mennyi ideig tart kényelmesen eljutni százmillió fényév távolságra?	154
17. Akhilleusz és a teknősbéka a világűrben	173
18. Egy ütközés története a klasszikus fizika szerint	188
19. Az ütközés története helyesen	200
20. Az impulzus	213
21. Az energia	224
22. Az energia-impulzus négyesvektor	235
23. Elektron, foton, tachion	245
24. Ütközések története energia-impulzus diagramon	258
25. A fotonrakéta	273
26. Miért nő egy test tömege, amikor melegítjük?	283
27. A gravitációs erő nem létezik	294
28. A majdnem-ekvivalencia elve	305
29. Sík és görbült felület, sík és görbült téridő	311
Köszönetnyilvánítás	330

BEVEZETŐ

Ennek a könyvnek nagy része a *speciális relativitáselméletről* szól, az utolsó három fejezetben pedig az *általános relativitáselmélet* alapgondolatát ismertetem meg az olvasóval. Ennek előrebocsátása után magyarázatot igényel a könyv címe, amelyben a *speciális, általános és relativitáselmélet* szavak egyike sem szerepel.

A *relativitáselmélet* szerencsétlen és félrevezető elnevezés. Arra a felfedezésre utal, hogy vannak olyan fizikai mennyiségek – például egy focimeccsen Cristiano Ronaldo két feje között eltelt időtartam, illetve távolság –, amelyek viszonylagosak, „relatívak”, tehát amelyeket egymáshoz képest mozgó megfigyelők más-más számértékűnek mérnek. Az első baj ezzel az, hogy ugyanakkor olyan fizikai mennyiségek is vannak – például Cristiano Ronaldo öregedése a két fejes között, vagy sportkocsijának tömege –, amelyek *nem* relatívak, hanem *invariánsak*, azaz amelyeket minden megfigyelő *ugyanakkora* számértékűnek mér, akárhogy is mozognak egymáshoz képest, és ez legalább olyan fontos felfedezés. A második és talán még alapvetőbb probléma a relativitáselmélet elnevezéssel az, hogy az elméletnek nem az alapfeltevéseire utal, hanem csupán azok folyományaira, következményeire, és azok

közül is csak bizonyos típusúakra. Olyan ez, mintha a matematikában az euklideszi geometriát úgy neveznék, hogy „a Thalész-tétel, a kerületi szögek tétele és a többiek”. Bizonyos mértékben stimmelne az elnevezés, de rejtve maradna a tény, hogy ez a sokszínűség mind-mind öt *alapfeltevés*, az öt precízen megfogalmazott euklideszi axióma (1. Bármely két pontot össze lehet kötni egyenessel, 2. Egy egyenes mindkét irányban végtelenül meghosszabbítható. . .) következménye.

Einstein fájlalta, hogy alkotására a relativitáselmélet elnevezés terjedt el. Ő maga az *invarianciaelmélet* elnevezést tartotta jónak, alapos okból: az elmélet két alappillére, amelyekre az összes további felfedezés és jóslat épül – például az előző bekezdésben említettek –, két *invarianciát* fogalmaz meg: (1) a *fizika törvényei* invariánsak, azaz akárhogyan mozog egymáshoz képest két megfigyelő, a fizika törvényeit *ugyanolyan matematikai alakban* tapasztalja teljesülni; (2) a *fény vákuumbeli sebességének számértéke* invariáns, azaz különböző megfigyelők a vákuumbeli fénysebességet minden irányban *ugyanakkorának mérik*, akárhogyan is mozognak egymáshoz és a fényforráshoz képest. Hogy hasonlatomat folytassam, olyan ez a két alapposztulátum Einstein fizikai elméletében, mint a matematikában az öt euklideszi axióma, amelyekre mint alapra az euklideszi geometria teljes katedrálisát felépíthetjük.

Einstein elmélete, tartalmát tekintve, a *téridő* elmélete. Legfontosabb mondanivalója, hogy a *téridő létező dolog*: a téridő a világ, amelyben élünk. Ha kísértést érzünk, hogy a jelenségek színpadának a háromdimenziós *teret* tekintsük, majd hozzátegyük, hogy az *idő* is fontos dolog, hiszen a jelenségek leírásához az időbeliség is hozzátartozik, akkor ezzel a mesterkélt szétválasztással hibát követünk el. Világunk *nem* a háromdimenziós tér, az időt pedig *nem* tekinthetjük különálló dolognak. A téridő *egyetlen négydimenziós terep*, az a négydimenziós színpad, ahol a jelenségek zajlanak.

Ismét az euklideszi geometriához mint hasonlathoz fordulok: ha a régi görögöknek erre a csodálatos szellemi alkotására „távolról” tekintünk rá, akkor voltaképpen nem az alul elhelyezkedő öt axiómát és nem is a rájuk épülő tételek és bizonyítások sokaságát látjuk, hanem a teljes egész, a *sík papírlap geometriája* tárul a szemünk elé. Hasonlóképpen, amikor Einstein elméletét nézzük „madártávlatból”, nem a részleteket – a két alapposztulátumot és a rájuk épülő érdekes jóslatokat – látjuk, hanem maga a *téridő-geometria* bontakozik ki a szemünk előtt. A téridőnek, ennek a négydimenziós színpadnak ugyanis éppúgy *geometriai* törvényszerűségei vannak, mint a sík papírlapnak, és ezek a geometriai törvények a két alpposztulátumból mind levezethetők. Ezzel érthetővé válik, miért adtam könyvemnek a *Téridő-geometria* címet. A téridőn is lehet érdekes felfedezéseket tenni, ahogy érdekes felfedezés a Thalész-tétel vagy a Pitagorasz-tétel a sík papírlapon.

A nevezetes ötödik euklideszi axióma, a párhuzamossági axióma elhagyásával a felületek geometriai leírása csodálatosan gazdagodik, új világ nyílik meg: a görbült felületek világa, ahol az egyenesek egynél többször metszhetik egymást, és a párhuzamosok közeledhetnek egymáshoz. Fizikai világunkban is hasonló dolog történik nagy tömegű égitestek közelében: a téridő geometriája megváltozik, görbültté válik, és ebben a görbült téridőben (nagyon is valóságos, fizikai értelemben!) az egyenesek egynél többször is metszhetik egymást, és a párhuzamosok közeledhetnek egymáshoz. Ezzel világosabbá válik az első bekezdésben említett közkeletű elnevezések tartalma: a *speciális relativitáselmélet* valójában a *sík téridő elmélete*, az *általános relativitáselmélet* pedig azért általános, mert a *görbült téridőket* is magába foglalja.

Ha az olvasó belelapoz a könyvbe, geometriai ábrák sokaságát látja. Ahogy a Thalész-tételt és társait is sokkal egyszerűbb körök és egyenes vonalak megrajzolásával megfo-

galmazni és bizonyítani, mint kizárólag szöveggel és algebrai képletekkel körülírni, úgy felfedezéseink nagy részét mi is téridőábrákról, úgynevezett *téridődiagramokról* fogjuk „leolvasni”, miközben a precizitás követelményéből semmit sem fogunk engedni.

Végül néhány szót a könyv alcímében szereplő korhatárjavaslatról: ez arra utal, hogy az ábrákon és a képleteken való eligazodáshoz *a középiskolás matematikaérettségi ismeretanyagára* van szükség. (Tudom, tudom, és elnézést kérek.)

1. A FÉNY LEGFURCSÁBB TULAJDONSÁGA

A fény a természet egyik legtitokzatosabb jelensége. A bonyodalom rögtön akkor kezdődik, amikor megpróbálunk szemléletes, könnyen elképzelhető fogalmat alkotni arról, hogy egyáltalán *mi* a fény. Mi történik, amikor meggyújtunk egy gyertyát vagy felkapcsolunk egy zseblámpát? A 17. századtól kezdve két elképzelés versengett egymással, az egyiket Christiaan Huygens és követői, a másikat Isaac Newton és hívei képviselték.

Az első elképzelést *hullámhipotézisnek* vagy *hullámmodellnek* hívjuk. Amikor gyertyát gyújtunk, a gyertya kanóca maga körül rezgésbe hoz egy titokzatos *közeg*et, és ez a rezgési állapot *hullámként* terjed tovább a térben. A hullámrezgés elér a szemünkhöz – amely szintén „bele van merítve” ebbe a mindenütt jelen levő közegbe –, és a szemünk fényként érzékeli ezt az ingert. Hangtani hasonlattal úgy gondolhatunk a gyertyára vagy a zseblámpára, mint egy *hangszóróra*, amit ha bekapcsolunk, a hangszóró membránja előtti *levegő* rezgésbe jön, ez a rezgési állapot a fülünkhöz is eljut, rezgésbe hozza a dobhártyánkat, és ezt hangként érzékeljük. A fényhullám közege nem lehet a levegő – ezt rögtön megértjük, ha a távoli csillagok vagy akár a Nap fényére gondolunk, amely légüres téren át is eljut a szemünkhöz –, hanem valami más közegnek

kell lennie. Ez az egész univerzumot kitöltő közeg egyrészt nagyon sűrű kell hogy legyen (mert kísérleti tapasztalat mindenféle hullámról, hogy ritkás közegben lassan terjednek, a fény pedig gyors), másrészt nagyon ritkának is muszáj lennie, mert különben feltűnő mértékben fékeznék a Hold és a bolygók mozgását. Az ellentmondásos tulajdonságokkal jellemezhető, rejtélyes fényszállító közeg a 17. században az éter nevet kapta.

A másik elképzelés szerint – amelyet *ballisztikus hipotézisnek* vagy *részecskemodellnek* nevezünk – a fényforrás olyan, mint egy *puska*. Amikor zseblámpát gyújtunk, a lámpából *kis részecskék, golyócskák sorozata* lökődik ki, és sebesen repül a tér különféle irányába. A szemünkbe csapódó golyócskákat fényként érzékeljük. Ebben az esetben nem kell az éternek, ennek a furcsa tulajdonságú közegnek a létét feltételezni, hiszen egy puskagolyó az üres téren is át tud haladni.

A 17. és 18. században nem lehetett igazságot tenni, melyik elképzelés írja le helyesen a fényt, mert az ókor óta addig az időszakig rendelkezésre álló fénytani kísérletek – lényegében kettő: a fényvisszaverődés és a fénytörés – *mindkét modellel* nagyszerűen értelmezhetők voltak. A 19. és 20. században már kifinomultabb kísérleteket lehetett végezni a fényvel, és kiderült az a rendkívül zavarba ejtő tény, hogy vannak kísérletek, amelyeket a hullámmodell magától értetődő egyszerűséggel meg tud magyarázni, viszont a golyócskák modellje nem tud vele mit kezdeni, de olyanok is vannak, amelyeket a golyócskamoddellel lehet rendkívül egyszerűen és elegánsan értelmezni, viszont a hullámmodell teljes kudarcot vall velük.

Azért olyan zavarba ejtő ez a tény, mert a kétféle modell *ellentmond* egymásnak, nem lehet mindkettő helyes. Ez világosan látszik, ha a fény *sebességére* gondolunk. Az egyik esetben, amikor a fényt a hang analógiájára képzeljük el, ahol a fényforrás a hangszóró szerepét játssza, a fény sebességét

a fényhullámot szállító közeghez képest várjuk minden irányban állandó számértékűnek, de a fényforráshoz képest nem. Ha egy hangszórót ide-oda mozgatunk a szobában álló légtömeghez képest, akkor a hang továbbra is minden irányban ugyanakkora sebességgel terjed *a szoba levegőjéhez képest*. Amikor a hangszórót kivisszük a szabadba, ahol fúj a szél, a hangszóró mellett álló megfigyelő azt tapasztalja, hogy széllel szemben lassabban terjed a hang, a hátszél viszont rásegít a hangterjedésre; *a légtömeggel együtt utazó* megfigyelő pedig továbbra is minden irányban azonosnak méri a hanghullám sebességét. Ezt szokták a *levegőbeli hangsebességnek* nevezni, számértékét, ami tipikusan 330–340 m/s körüli, csakis a közeg jellemzői (a levegő sűrűsége, hőmérséklete) határozzák meg, de a hangszórónak a légtömeghez viszonyított mozgása nem szól bele. Egészen más a helyzet, ha a ballisztikus hipotézist tartjuk helyesnek. Ebben a modellben hullámszállító közegről szó sincs, és a fény sebességét *a fényforráshoz viszonyítva* várjuk állandó számértékűnek: akármerre fordítjuk a puskát (a fényforrást), a golyók (a fényrészecskék) ugyanakkora sebességgel indulnak ki róla. Ekkor természetesen egy olyan megfigyelő, aki *a fényforráshoz képest mozog*, várakozásaink szerint már különféle fénysebességértékeket tud mérni; ha a fényforrás felé halad, a fényrészecskéket a normálnál nagyobb sebességgel tapasztalja közeledni, ha hátrál a fényforrástól, akkor pedig kisebb sebességűnek méri a fényrészecskéket.

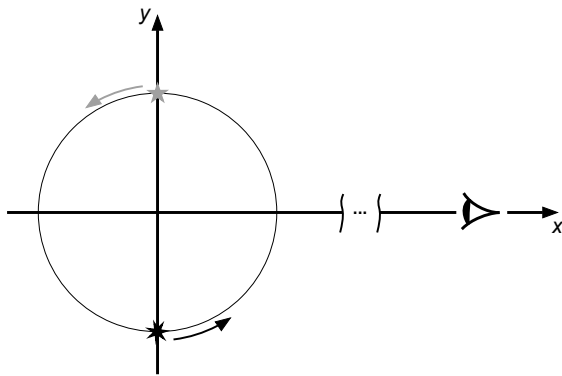
A fény sebességének számértéke a 19. század második felére elég pontosan ismert volt, a különböző mérések egyhangúlag $3 \cdot 10^8$ m/s körüli eredményt mutattak. Ha a hullámmodellt vesszük komolyan, akkor persze a mért számértéknek ingadoznia kellett, attól függően, hogy az adott kísérlet közben a Föld – a rajta utazó fényforrással együtt – éppen milyen sebességgel és milyen irányban mozgott az univer-

zumot egyenletesen kitöltő éterhez képest. Albert Michelson és Edward Morley 1887-ben kifinomult, pontos mérőelrendezéssel próbálta kideríteni az éterhez viszonyított mozgásunkat, vagy megfordított megfogalmazásban: azt, hogy kísérleti elrendezésükhöz képest merre és milyen erősséggel „fúj az éterszél”.

Képzeljük el, hogy léteznek olyan lények, akik, ha kiállnak a mezőre, nem tudják érzékelni közvetlenül a bőrükön a levegő mozgását. A szél sebességét próbálják kideríteni, de közvetlen érzetük nincs a szélről. Hangtani trükkhöz folyamodnak: valamilyen irányban leteszik a hangszórójukat, bekapcsolják, és mérik, mekkora sebességgel terjed a *hang* a hangszóróhoz képest abban az irányban. A mérést sok különböző irányban elvégezve világos eredményt kapnak a szélesebesség nagyságáról és irányáról (hiszen, mint láttuk, a szembe-szél fékezi a hangot, a hátszél pedig rásegít a hang mozgására). Teljesen hasonló volt Michelsonék ötlete az éterszél sebességének mérésére: mivel az étert mint közeget közvetlenül nem tudjuk érzékelni, megmérhetjük az éterszél sebességét úgy, hogy fényforrásunkat különböző irányokba állítva megmérjük, hogy az adott irányban a fényforráshoz képest mekkora a *fény sebessége* (amelynek az éterhez képest minden irányban ugyanakkora számértékűnek kell lennie). Az iránytól függően eltérő fénysebességértékekből azután ki lehet számolni, milyen gyors és milyen irányú volt az éterszél mozgása az adott kísérlet alatt (vagy kevésbé nagyképűen: a Föld és vele a kísérleti apparátus milyen gyorsan és milyen irányban mozgott a világegyetemet betöltő méltóságteljes közeghez képest). A több hónapon át tartó mérésorozat megdöbbentő eredménnyel zárult: *az éterszél és egyáltalán az éter jelenléte kimutathatatlanak bizonyult*, a kutatók minden alkalommal, minden irányban egyformának mérték a fény sebességét, holott a fényforrás és maga a mérési elrendezés is – a Föld

Nap körüli keringése és napi forgása következtében – rengetegszer irányt változtatott; az pedig elképzelhetetlen, hogy az éter – ez az egész univerzumot betöltő közeg – valamiért szintén egyfolytában irányt változtatott volna, mégpedig mindig konkrétan Michelsonékhöz igazodva.

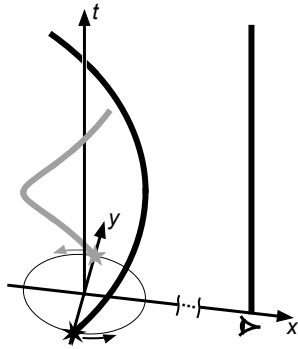
A fényt mint egy közeg hullámzását elképzelő modell tehát kudarcot vallott, összeegyeztethetetlennek bizonyult a Michelson–Morley-kísérletek eredményeivel. Michelsonék eredményei ugyanakkor rögtön érthetővé tehetők, ha a hullámmódel helyett a ballisztikus hipotézist fogadjuk el helyesnek. Ekkor ugyanis az „éter” feltételezésére semmi szükség, és nem is várhatunk más eredményt, mint amit Michelsonék kaptak, hiszen e szerint a hipotézis szerint a fénysebességnek a *fényforráshoz képest* kell mindig ugyanakkora számértékűnek lennie, márpedig ők a fényforrást sosem mozgatták a sebességmérő apparátushoz képest.



1. ábra. Kettőscsillag megfigyelése

A probléma az, hogy a ballisztikus hipotézis *szintén kudarcot vall*, ha össze akarjuk egyeztetni a fénysebességmérésekkel. Erre például a *kettőscsillagok* megfigyeléséből nyerünk egyértelmű bizonyítékot. Kettőscsillagnak nevezzük, amikor

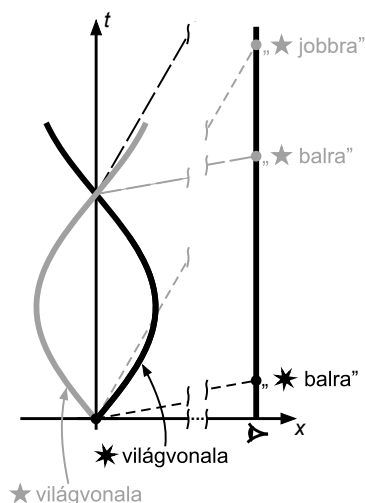
két csillag egymás körül (pontosabban a közös tömegközéppontjuk körül) kering, ahogyan az 1. ábra mutatja. Az ábrán a két csillag az x - y síkban kering, és az x tengelyen, messze a csillagoktól helyezkedünk el mi, a távcsővel felszerelkezett megfigyelők (a szemszimbólum jelképez minket). A csillagok mozgási síkjára élével nézünk rá, tehát a két csillagot lényegében az y tengely mentén látjuk oda-vissza mozogni. Az egyszerűség kedvéért feltételeztem, hogy a csillagok azonos tömegűek, ilyenkor a keringés közben mindig ugyanannak a körpályának ellentétes pontjain helyezkednek el. Úgy tűnik,



2. ábra. A két csillag és az azokat néző csillagász világvonala 3D téridődiagramon

a 2. ábra azt mutatja, mintha az olvasó kicsit felülről, „mádtávlatból” nézne rá az x - y síkra, de vigyáznunk kell: a függőleges tengely nem a harmadik térbeli irányt, hanem az *időt* mutatja. A 2. ábra tehát egy úgynevezett háromdimenziós $(x$ - y - t) *téridődiagram*, amelyen a két csillag mozgását a két, t tengelyre felcsavarodó spirálvonal ábrázolja (hiszen a csillagok körbe-körbe mozgása közben „felfelé telik az idő”), a minket reprezentáló vonal pedig (akik az x tengely adott pontján egy helyben állunk) a t tengellyel párhuzamos, függőleges egyenes. A jobb áttekinthetőség kedvéért nézzünk rá a 2. ábrára oldalról, az y tengely felől, úgy, hogy az y ten-

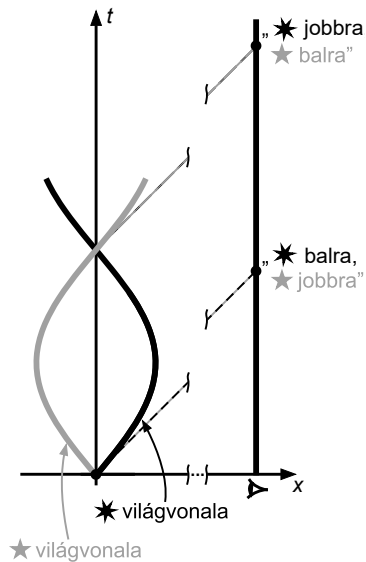
gelyt egyetlen pontnak lássuk. Így kapjuk a 3. ábrán látható kétdimenziós $(x-t)$ téridődiagramot, amelyen az oldalról mutatott spirálvonalak vetülete hullámalakokat rajzol ki. Ha a



3. ábra. A két csillag és az azokat néző csillagász világvonala az (x, t) síkon: ezt várjuk, ha a ballisztikus hipotézis helyes...

ballisztikus hipotézis helyes, a csillagokat mint fényforrásokat úgy képzelhetjük el, mintha a felszínükből a sündisznó tuskéihez hasonló módon „puskák” állnának ki, amelyek kis golyócskákat, fényrészecskéket lőnek ki. Azért látjuk folyamatosan a csillagokat, mert a belőlük kiálló pusok között mindig van olyan, amely épp felénk van irányítva. Képzeljük el, hogy a $t = 0$ időpillanatban, amikor az 1. ábrán szürkével jelölt csillag éppen távolodik tőlünk, a feketével jelölt csillag pedig éppen felénk mozog, mindkét csillag egy-egy fényvillanást bocsát ki felénk. Mikor látjuk ezeket a felvillanásokat? A szürke csillag fénypuskája távolodás közben, hátrafelé lövi ki a felénk repülő fényrészecskét, míg a fekete csillag a saját mozgásirányában, előre felé sűti el azt a fénypuskát,

amelynek lövedéke elér majd minket. A szürke csillag fényvillanása ezért lassabban mozog hozzánk képest, a feketéé pedig gyorsabban – ezt jelzi az origóból kiinduló szürke, illetve fekete szaggatott vonalak eltérő meredeksége a 3. ábrán. Fél periódus múlva felcserélődnek a szerepek, most a szürke csillag mozog felénk, tehát a belőle kilőtt fénygolyócskák sebességéhez hozzáadódik a csillag sebessége, a feketével jelölt csillag pedig távolodik tőlünk, tehát azoknak a fénygolyócskáknak a sebességéből kivonódik a csillag távolodási sebessége. A végeredményt leolvashatjuk a 3. ábráról: *ha a ballisztikus hipotézis helyes*, a megfigyelőhöz elég összevissza sorrendben érkeznek meg a két csillag helyzetéről tudósító információk, a 3. ábra elrendezésében például a szürke csillagot előbb látjuk megjelenni az y tengely bal oldalán, és csak azután a jobb oldalán (ahol pedig korábban tartózkodott!). *A kísérleti tapasztalat ennek teljesen ellentmond*, soha nem tapasztalunk ilyen jelenségeket a kettőscsillagok megfigyelésekor. Függetlenül attól, hogy milyen messze van tőlünk egy ilyen kettőscsillagrendszer, mindig „szinkronban” látjuk a két csillagot megjelenni a két ellentétes oldalon. Muszáj levonnunk a következtetést, hogy a 3. ábra *helytelen*. Ott követtük el a hibát, hogy feltételeztük: a fény úgy viselkedik, mint a puska golyó, amelynek hozzánk viszonyított sebességét úgy kell kiszámítani, hogy abba belekalkuláljuk a puska hozzánk viszonyított közeledő-távolodó mozgását is. A tényleges megfigyelésekkel meglepő módon a 4. ábra tér-idődiagramja van összhangban: a két csillagból kiinduló fényimpulzusok mind *ugyanakkora sebességgel* mozognak hozzánk képest – ezt mutatja a 4. ábrán a szaggatott vonalak azonos meredeksége –, függetlenül attól, hogy az őket kibocsátó fényforrások éppen távolodtak-e tőlünk vagy közeledtek-e felénk. Tehát a fény ballisztikus modellje is kudarcot vall, összeegyeztethetetlen azzal, amit a kettőscsillagok megfigyelésekor tapasztalunk.

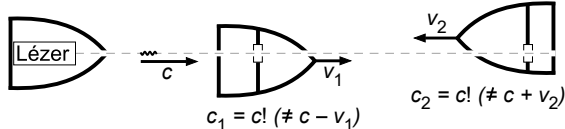


4. ábra. ... de ez a valóság

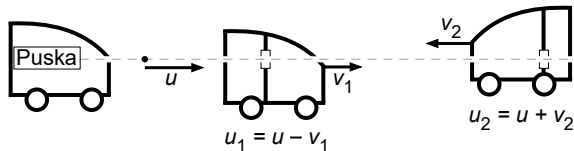
Ezen a ponton már teljesen tanácstalanok vagyunk: ha sem a hullámmodellt, sem a részecskemodellt nem fogadhatjuk el helyesnek, mert mindkettő ellentmondásban van a fénysebességmérésekkel, akkor egyáltalán miféle jelenségként tudjuk a fényt *elképzelni*? Ez a tanácstalanság nem egészen azt jelenti, hogy a 21. században még mindig fogalmunk sincs róla, mi a fény. A fizikusok nagyon pontos *matematikai leírást* tudnak adni róla, amely tökéletes összhangban van a különféle kísérleti megfigyelésekkel. A szemléletes, könnyen elképzelhető modelljeinket azonban fel kell adni: a fény *nem* egy közeg hullámozása, és *nem* is olyan, mint a puskából kilőtt kis golyók sorozata. Nem kapcsolhatunk hozzá egyetlen mentális képet, amelyhez biztonsággal le tudnánk horgonyozni a képzeletünket. Ha mindenáron el akarjuk képzelni valahogy, és ehhez a mindennapi életünkből ismerős fogalmakat aka-

runk használni, akkor talán a legjobb a hullámmodellt és a részecskemodellt egyszerre észben tartani, és fejben váltogatni őket, közben nem elfelejtve, hogy mindkettő hamis.

A fenti és hozzájuk hasonló kísérletek egy még ennél is megrázóbb következtetésre készítetnek minket: el kell fogadnunk azt a nagyon nehezen megemészthető, de kísérletileg alátámasztott tényt – ez a fény legfurcsább tulajdonsága –, hogy *egy fényforrás által kibocsátott fényimpulzus sebességét (vákuumban) minden megfigyelő minden irányban ugyanakkora számértékűnek méri, függetlenül a megfigyelők egymáshoz és a fényforráshoz viszonyított sebességétől.*



5. ábra. Milyen sebességűnek mérik a fényimpulzust a lézerhez képest különböző gyorsasággal mozgó utazók? A döbbenetes válasz: mindenki ugyanakkorának méri!



6. ábra. A tapasztalat szerint – a szokásos mérési pontosságon belül – ilyen sebességűnek mérik a puskaolyót a puskaolyóhoz képest különböző gyorsasággal mozgó utazók

Nem az „emésztés könnyítésére” szolgál az 5. és 6. ábra, hanem éppen ellenkezőleg: annak tudatosítására, mennyire döbbenetes az előző mondatban megfogalmazott tény. Az 5. ábra bal oldalán egy úrhajó látható, rajta egy lézerrel. A lézer által kibocsátott fényimpulzus sebességét az úrhajón ülők $c = 3 \cdot 10^8$ m/s-nak mérik. A fényimpulzus átha-

lad a középső űrhajón, amely v_1 sebességgel távolodik a lézert szállító járműtől. A középső űrhajó utasai megméri a fényjel c_1 sebességét, de nem $c - v_1$ -nek találják, ahogy józan ésszel várnánk, hanem ők is $3 \cdot 10^8$ m/s-nak! A jobb oldali űrhajó v_2 sebességgel közeledik a lézerhez, de a fényimpulzust ebben az űrhajóban is $3 \cdot 10^8$ m/s sebességgel látják áthaladni, nem pedig $c + v_2$ sebességgel, ahogy józan ésszel várnánk! Ezek valóban hajmeresztő kijelentések, de a Michelson–Morley-kísérletek, a kettőscsillag-megfigyelések és más, földi laboratóriumi kísérletek alapján kénytelenek vagyunk elfogadni őket. Közvetettebb bizonyítékaink is vannak arra, hogy az 5. ábra felirata helyesek: mint a Bevezetőben láttuk, a fénysebesség invarianciája mint alapfeltevés az einsteini elmélet egyik alapköve. Rengeteg további furcsa jóslat következik belőle (amelyeket részletesen tárgyal ez a könyv), és ha ezek közül a megfigyelések bármelyiket megcáfolnák, akkor az alapfeltevést is el kellene vetnünk. A megfigyelések azonban mindmáig egymás után igazolni látszanak ezeket a furcsa jóslatokat, ezzel közvetve is megerősítve, hogy a fénysebesség invarianciája a természet valóságos tulajdonsága.

Letaglózó ez a gondolat, mert *tudjuk*, mindennapi életünkben *tapasztaljuk*, hogy a sebességek igenis összeadhatók. Nézzük a 6. ábrát, amely az 5. ábrához hasonló szituációt mutat be. Az egyetlen különbség, hogy az a dolog, amelynek a sebességét a három járműhöz képest megmérjük, itt nem fényimpulzus, hanem puskagolyó. Ebben az esetben tényleg igaz (mérésekkel igazolható!), hogy a puskától távolodó középső autó a puskacsövet u sebességgel elhagyó lövedéket $u_1 = u - v_1$ sebességűnek méri, a jobb szélső autó pedig gyorsabbnak, $u_2 = u + v_2$ sebességűnek.

Hamarosan látni fogjuk, hogyan lehet az 5 és 6. ábrát összebékíteni. A téridő geometriája fogja megadni a választ: a sebességek *nem* adhatók össze és vonhatók ki egymásból,

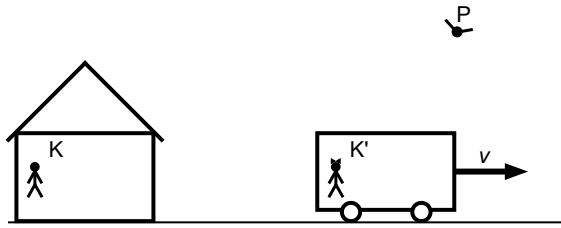
a 6. ábra feliratai szigorúan véve nem helyesek. Ugyanakkor a matematikai összefüggés, amelyet levezetünk – összhangban a kísérleti megfigyelésekkel is –, egyszerre ad igazat az 5. és a 6. ábrának. Ki fog derülni, hogy az egyszerű összeadáskivonás nagyon jó pontossággal működik olyan kis sebességek esetén, mint az autóké, a nyulaké vagy a puskagolyóké, aztán minél nagyobb sebességekre próbáljuk alkalmazni, annál kevésbé pontos, végül a fényéhez közeli sebességekre már látványosan kudarcot vall. Itt megjegyzem, hogy a fény vákuumbeli sebessége nem *hajszálpontosan* $3 \cdot 10^8$ m/s (tehát nem 300 000 000 m/s), hanem kb. 299 792 458 m/s, de az egyszerűség kedvéért – és mert a mondandóm szempontjából a sok tizedesjegyre megadott pontosságnak nincs semmi jelentősége – az egész könyvben maradok a $3 \cdot 10^8$ m/s-nál, amit néha (nem túl precízen) 300 000 km/s formába fogok írni.

Mielőtt elindulnánk kalandozásunkra a téridőben, még egy megjegyzés: Ebben a fejezetben a nevezetes Michelson–Morley-kísérlet ismertetését igencsak elnagyoltam. A részletekről – a kísérleti elrendezésről és a részletes számításokról – az érdeklődő olvasó sok helyen tájékozódhat: interneten, illetve különféle fizikakönyvek relativitáselméletet tárgyaló fejezetében. A ballisztikus hipotézis cáfolatával viszont érdemes volt kicsit közelebbről megismerkednünk, mert bevezetett bennünket a *téridődiagramok* használatába. Az ilyen diagramok lesznek ezután is legfőbb segítőtársaink a téridő izgalmas tulajdonságainak felderítésében.

2. ESEMÉNYEK, MEGFIGYELŐK

Az *esemény* és *megfigyelő* szavakat a mindennapi társalgásainkban is sokszor halljuk és kimondjuk. Ebben a könyvben nem a hétköznapi értelmükben fognak szerepelni: itt a maratoni futás olimpiai döntője *nem számít eseménynek*, egy ornitológus pedig, aki távcsővel tanulmányozza a gázlómadarakat, *nem megfigyelő*. A szigorú definíció szerint az *esemény egyetlen pont a téridőben*. Ezt a definíciót fogjuk követni, pontosabban a lényegi részét meghagyjuk, de azért nem leszünk ennyire szigorúak. Egy madár ver egyet a szárnyával. Egy járókelő tüsszent. Két kődarab összeütközik a viláűrben. Egy úrsétáját végző úrhajós integet egyet. Ezekben a történetekben az a közös, hogy nagyon rövid ideig tartanak (szinte „pillanatszerűek”), és nagyon kis helyen történnek („térben lokalizáltak”). Bár nem *teljesen* pontszerűek sem térben, sem időben, azért mindet eseménynek fogjuk tekinteni. A maratoni futás döntője óriási tartományt foglal el térben és időben is – 42 km és 2-3 óra! –, ezért nem tartjuk annak. (A fentiekből azért látszik: az, hogy mit fogadunk el eseménynek, az adott helyzetből, céljainktól, méréseink pontosságától függ. Ha célunk a galaxisunk teljes élettörténetének leírása lenne, abban a maratoni döntőt is nyugodtan tekinthetnénk egyetlen eseménynek.)

A 7. ábrán P-vel a madárral történő eseményt jelöltem (csapott egyet a szárnyával). Az ábra két, egymáshoz képest mozgó *megfigyelőt* is mutat, ezeket K-val és K'-vel jelöltem.



7. ábra. Egy esemény (P), amelyet két, egymáshoz képest v sebességgel mozgó objektumról figyelnek meg: egy állomásról (K) és egy vonatról (K')

„Állomásbeli megfigyelőnek”, illetve „vonatbeli megfigyelőnek” nevezhetjük őket.

Nagyon furcsa kérés van az olvasóhoz. Hadd vigyük fel képzeletben az állomást, sínestül, vonatostul a világűrbe, távol a Földtől és távol minden egyéb nagy tömegű égitesttől. A madarat hadd cseréljem ki egy űrsétáját végző űrhajóssal, és jelentse P azt az eseményt, hogy ez az űrhajós int egyet a kezével. A K megfigyelő új neve tehát „űrállomásbeli megfigyelő”, a K' -é pedig „űrvonatbeli megfigyelő”, de az egyszerűség kedvéért gyakran fogom őket az eredeti nevükön, az „űr” előtag nélkül említeni. Gyakran felbukkanó szereplői lesznek ennek a könyvnek. Alapos okom van rá, hogy a Földről elszállítsam történetem szereplőit. A gravitáció ugyanis csak galibát okozna, egészen az utolsó három fejezetig, ahol tisztázódní fog, *mi* is az egyáltalán.

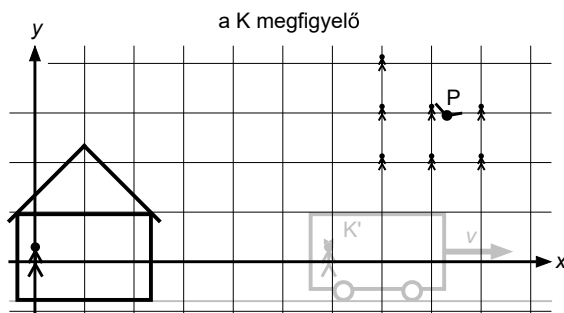
Ide kívánczik egy fizikai fogalom is, amit röviden tisztázni kell, mielőtt továbbmegyünk. Az űrállomás úgynevezett *inerciarendszer*. Ez egyszerűen azt jelenti, hogy amikor az űrállomáson kísérleteket végeznek, akkor nem történik semmi „érthetetlen”. Például ha az állomásfőnök szabadon enged a kezéből egy labdát, akkor az nem kezd el ide-oda rángatózni az űrállomás falaihoz képest. Hogyan is kezdene el rángatózni?! – kérdezheti az olvasó. Például úgy, hogy az űr-

állomást magát ide-oda rángatjuk, kormányozzuk, gyorsítjuk, fékezzük: ekkor a relaxáltan lebegő labda igenis rángatózni fog *az űrállomás falaihoz képest!* Az, hogy az űrállomás inercia-rendszer, azt jelenti tehát, hogy *nem* kapcsoljuk be a hajtóművét, és *nem* forgatjuk a kormányát, hanem szépen békén hagyjuk. Ugyanez igaz az űrvonatra is: az űrvonat is „békén van hagyva”, nem fékez, nem gyorsít, nem kanyarodik. Kikapcsolt hajtóművel, *egyenletes sebességgel* suhan az űrállomáshoz képest. Ez automatikusan biztosítja, hogy az űrvonat is inerciarendszer lesz, utasai hasonló okból nem látnak ok nélkül ide-oda rángatózó labdákat, mint az űrállomáson.

Térjünk vissza a 7. ábrához. Az „űrállomásbeli megfigyelő” *nem* a K betű alatt álldogáló ember (őt nevezzük inkább állomásfőnöknek), az „űrvonatbeli megfigyelő” pedig *nem* a K' felirat alatt álldogáló masznis figura (nevezzük őt inkább mozdonyvezetőnek). A megfigyelő szó alatt ugyanis olyan valakit (vagy talán inkább valamit) fogunk érteni, aki képes *bármilyen eseménynél* ott lenni, annak helyszínét és időpontját feljegyezni. A P eseményt elvileg az állomásfőnök és a mozdonyvezető is *láthatja* távcsővel, de ez nem közvetlen megfigyelés olyan értelemben, hogy pusztán a távcsöves látványból egyikük sem tudná megállapítani, pontosan *hol* történt hozzájuk képest az űrsétáló integető mozdulata, és azt sem, hogy *mikor*. (Feljegyezhetik például, hogy mit mutat a karórájuk, amikor meglátták az integetést, de az hamis adat lesz, hiszen nincsen beleszámítva az abból adódó időkésés, hogy az integetés látványa véges sebességgel utazik a távcsőig.)

A *hol* és *mikor* kérdések kezelését nagymértékben megkönnyíti egy matematikai segédeszköz: a *koordináta-rendszer*. A téridő négydimenziós, tehát négy számadat kell ahhoz, hogy félreérthetetlenül azonosítsunk benne egy eseményt: három térbeli koordináta („hol történt?”) és egy időbeli koordináta („mikor történt?”). Fontos megjegyezni, hogy a

koordináta-rendszer *nem létezik* abban az értelemben, ahogy a fizikai világunk és benne az események léteznek. A koordináta-rendszert csak képzetben vetítjük rá a világra abból a célból, hogy számnegyessel „felcímkézhessük” az eseményeket. Végtelenül változatos módon vetíthetünk rá a világra ilyen képzetbeli koordinátahálózatokat, tehát lesz, aki ugyanazt az eseményt teljesen más számnegyessel címkézi fel, mint másvalaki. A lényeg, hogy tisztában legyenek vele, melyik eseményről beszélnek, és hogy ismerjék a matematikai szabályt, amellyel az egyik koordinátanegyeseből ki lehet számítani a másikat.

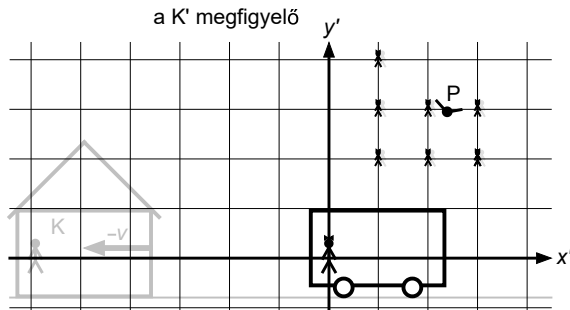


8. ábra. Ezt az állomáshoz rögzített végtelen kockarácshálózatot értjük az állomásbeli K megfigyelő alatt: minden rácspontban egy-egy manó áll – csak néhányat rajzoltam be közülük –, karjukon szinkronizált órákkal (az ábrán halványan látszik a K' megfigyelő, amely v sebességgel jobbra mozog a K-hoz képest)

Ezek előrebocsátása után a 8. ábra mutatja, mi az, amit a könyvben K megfigyelőnek fogunk nevezni: képzeljünk el egy kockarácshálózatot – ez lesz a térbeli x - y - z koordináta-rendszerünk –, ami az állomáshoz van rögzítve. Úgy „építették meg”, hogy a rácspontok minden irányban adott hosszegységenként, például méterenként legyenek. A rácspontok mindegyikébe egy-egy manót képzelünk (magára az állomásfőnökre és a mozdonyvezetőre is „ráképzünk” egy-egy kis manót), kezükbe egy-egy nagy pontosságú órát adunk. Gon-

doskodunk róla, hogy az összes manó órája azonos módon, *szinkronban* járjon. Egy lehetséges módszer erre az, hogy az órákat az állomásfőnök szinkronizálja (a saját helyszínén, az úrállomás főnöki kabinjában mindegyiket ugyanarra az időpontra állítja, majd ugyanabban a pillanatban, egyszerre indítja el őket), és ezután lassan, óvatosan elszállíttatja az órákat az egyes rácspontokba. Ha elég lassan mozognak az órák, akkor garantált, hogy semmilyen (mechanikai vagy egyéb) hatás nem fogja őket elhangolni egymástól, tehát szinkronban maradnak. (Egy másik óraszinkronizálási eljárásról a következő fejezetben lesz szó.) Írjuk rá minden manó pólójára azt az (x, y, z) számhármast, amely azonosítja, hogy az adott manó melyik rácspontban van. Az x - y - z koordináta-rendszer origóját oda helyezzük, ahol az állomásfőnök van, az ővele egy helyen levő manó pólójára tehát $(0, 0, 0)$ lesz írva. Ezt a *képzeletbeli kockarácshálózatot* – amelynek minden rácspontjában feliratos pólóban egy szinkronizált órával ellátott manó áll – nevezzük *úrállomásbeli* (egyszerűbben: *állomásbeli*) *megfigyelőnek* vagy *K megfigyelőnek*. Most már érthető, hogyan tud a K megfigyelő *bármilyen eseményt regisztrálni*, azaz bármilyen esemény négy téridő-koordinátáját feljegyezni. A P eseményét például így: a manók közül lesz egy (és pontosan egy!), aki éppen azon a helyen tartózkodott, ahol az úrsétáját végző úrhajós, amikor az integetett. A P esemény (x, y, z, t) téridő-koordinátái közül az első három az a számhármast lesz, ami ennek a manónak a pólójára van írva, az utolsó pedig az a számérték, amit ez a manó leolvasott az órájáról, amikor az esemény történt. Ne akadjunk fenn azon, hogy a 8. ábra olyan szituációt mutat, amikor éppen nem volt manó, aki a P esemény közvetlen tanúja lett volna, mert az ábra szerint a P esemény nem egy rácspontban, hanem két szomszédos rácspont között történt. A rácshálózat ugyanis – képzeletben! – tetszőleges mértékben besűríthető, a manók – akiket úgyis

csak elképzelnünk – tetszőlegesen kicsik lehetnek, tehát bármilyen eseményhez elképzélhetünk annyira sűrű rácsot, hogy az eseménynél garantáltan ott legyen egy manó. (A 8. ábrán csak az áttekinthetőség kedvéért rajzoltam kissé szellősnek a rács-hálózatot. Kijelenthetem például, hogy a tényleges rács ebben a gondolat-kísérletben tízszer sűrűbb volt, és én csak minden tizedik rácsot rajzoltam be.)



9. ábra. Ezt a vonathoz rögzített végtelen kockarács-hálózatot értjük a vonatbeli K' megfigyelő alatt: a rács-pontokban manók állnak, karjukon szinkronizált órákkal (halványan látszik a K megfigyelő, amely v sebességgel balra mozog a K' -hez képest)

A 8. ábrán halványan látszik az űrállomáshoz képest v sebességgel jobbra haladó űrvonat is, ehhez fogjuk kapcsolni a K' megfigyelő fogalmát. A 9. ábrán látható részletesen ez a megfigyelő. A logika ugyanaz: elképzelnünk egy kockarács-hálózatot, amely az űrvonathoz van rögzítve, a rács-pontokban egy-egy (ezúttal masnis) manó áll. Pólójukon felirat, amelyen a pozíciójukat azonosító (x', y', z') számhármass olvasható, kezükben pedig egy-egy óra – ezeket előzőleg a mozdonyvezető szinkronizálta –, erről olvassák le a megfigyelt események t' koordinátáját. Helyszűke miatt a K' megfigyelő rács-hálózatát is szellősen rajzoltam, de az ábra alapján érthető, hogy a K' -beli manók közül is egy (és pontosan egy!) volt jelen a P eseménynél. Az ennek a manónak a pólójára írt számhá-

mas, illetve az a számérték, amit ez a manó az órájáról leolvasott, lesz a P esemény négy téridő-koordinátája a K' megfigyelő szerint. Ezeket a téridő-koordinátákat (x', y', z', t') -vel jelöljük, megkülönböztetésül az állomásbeli megfigyelő által lejegyzett, vesszőtlen koordinátáktól.

A 9. ábrán halványan látszik az állomás is. Mivel most az úrvonaton vagyunk, az ábrán jelöltem, hogy az állomás *hogyan mozog hozzánk képest*: $-v$ sebességgel, azaz az x tengely mentén balra. Ezzel azt akarom hangsúlyozni, hogy hiába lenne például a K megfigyelőt „nyugvónak”, a K' -t pedig „mozgónak” nevezni. *Egymáshoz képest* mozognak: az állomás szerint a vonat, a vonat szerint az állomás. A két megfigyelő teljesen egyenrangú, nézőpont kérdése, hogy melyiket mérjük mozgásban vagy nyugalomban levőnek.

Hogyan foglalhatja el egyszerre ugyanazt a helyet három lény: az integető úrhajós és a két, egymáshoz képest mozgó manó, akik ezt az eseményt a K és K' számára feljegyzik? Úgy, hogy hármuk közül csak az úrhajós létezik. Békésen végzi az úrsétáját, integet egyet, és közben fogalma sincs a manókról, hiszen azokat csak mi képzeljük oda. Érdekes ezt újra és újra tudatosítani még akkor is, ha a könyvben gyakori szereplők lesznek ezek a mérésvégző manók. Természetesen annak *elképzelésével* sincs semmi gond, hogy a K és K' rácshálózatok végtelenül nagy kiterjedésűek és örökké léteznek – így például a K megfigyelő az állomástól tetszőlegesen távol, bármilyen távoli jövőben történő eseményt is közvetlenül megfigyelhet –, illetve hogy a két rácshálózat egymás zavarása nélkül áthaladhat egymáson. (A végtelen nagy térbeli és időbeli kiterjedéssel kapcsolatban a könyv utolsó fejezetében azért szükség lesz egy-két megjegyzésre...)

A K és K' megfigyelők szerepére azért választottam állomást és vonatot (bár végső soron az úrbe helyeztem őket), mert ezek mindenki számára személyesen ismerős dolgok.

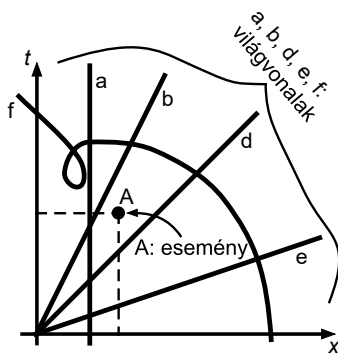
Ahhoz azonban, hogy a relativisztikus hatások igazán feltűnőek legyenek, a legtöbb esetben a K és K' közötti v relatív sebességnek a fénysebesség nagyságrendjébe kell esnie. Ez nem hogy egy vasútállomás és egy expresszvonat között, hanem – a jelenlegi technológiai fejlettségünk mellett – még két, egymással ellentétes irányba útnak indított űrrakéta között sem teljesül. Óva intem tehát az olvasót attól, hogy feltűnő effektusokat – például ténylegesen észlelhető hosszkontrakciót (7. fejezet) vagy a távolodó fényforrás vörös színárnyalatba hangolódását (9. fejezet) – kezdjen keresni, amikor legközelebb egy *igazi* pályaudvaron egy *igazi* tehervonatot lát elshanni. Az effektusok ott vannak, léteznek, de nagyon-nagyon, sokszor kimutathatatlan mértékben kicsik. Mielőtt az olvasó elkeseredne, hogy a „saját bőrén tapasztalható”, átélhető relativisztikus effektussal ezek szerint nem is találkozunk, megnyugtatom: de igen, nagyon is találkozunk. Erről a 7. fejezetben lesz szó.

Végül, mielőtt továbbmennénk, néhány záró megjegyzés: Láttuk, hogy a koordináta-rendszer csak a képzeletünk műve, a kockarácshálózatokat és a manókat csak képzeletben vetítjük rá a valóságos fizikai világra. A mérőműszerek, amelyeket igazából használunk, nem képzeletbeliek, éppúgy részei a fizikai valóságnak, mint a szárnyával csapkodó madár vagy az űrsétáját végző űrhajós. Mi köze a *valódi fizikai mérések*hez ennek az elképzelt kockarács-mesevilágnak? Szoros kapcsolat van köztük. Bár a tényleges mérőműszerek nem jól idomított manókkal működnek, pláne nincs végtelen kiterjedésű (és végtelenül besűríthető) rácshálózatunk, de a fizikai mennyiségek (például a távolság, az időtartam, a sebesség) valódi, a laboratóriumokban ténylegesen alkalmazott mérési módszerei összhangban vannak a 8. és 9. „mesebeli” ábrákon megfogalmazott elvekkkel. A könyv hátralevő részében sokszor fognak szerepelni az *állomásbeli megfigyelő*, *vonatbeli megfigyelő* és

ehhez hasonló kifejezések. Ismét kérem tehát az olvasót, hogy amikor ilyeneket olvas, a kockarácshálózatot – amit szinkronizált órákkal felszerelt manók népesítenek be – mindig képzelje oda.

3. A TÉRIDŐDIAGRAM

A téridődiagram fogalmával már találkoztunk (1. fejezet, 2–4. ábrák). Most részletesebben fogunk megismerkedni vele. Legfőképp arra a kérdésre keressük a választ, hogy hogyan kell olyan téridődiagramot felrajzolni, amely egyszerre jeleníti meg az állomásbeli megfigyelő és a vonatbeli megfigyelő nézőpontját.



10. ábra. Esemény és világvonalak egy $(x-t)$ téridődiagramon

A 10. ábrán egy téridődiagram látható, egyelőre csak az állomásbeli megfigyelő x és t tengelyeivel. Olyasféle grafikonokra emlékeztetheti az olvasót az ábra, amelyeneket matematikórán szokott látni, amikor egy $y(x)$ függvény görbáját kellett ábrázolni az $x-y$ koordináta-rendszerben. Látni fogjuk azonban – nem most rögtön, hanem a könyv további

fejezeteiben –, hogy itt sokkal többről van szó. A téridődiagram tartalmasabb és jellegében is más, mint egy függvénygrafikon.

A 10. ábra a kettőscsillagra korábban felrajzolt 4. ábrához hasonló *kétdimenziós* téridődiagram. A négydimenziós téridőnek csak egy kétdimenziós *szeletét* mutatja, hiányzik róla az y és a z tengely. Bár korlátozottan jeleníti meg a valóságot, ennek a kétdimenziós szeletnek a részletes tanulmányozása is rengeteg érdekes felfedezésre fog vezetni minket. Az y tengelyt még rárajzolhatnánk – ahogyan a 2. ábra háromdimenziós téridődiagramján is látható –, ez azonban az esetek nagy részében fölösleges bonyolítás lenne, és csak nehezebben áttekinthetővé tenné a diagramot. A teljes, négydimenziós téridő megjelenítése pedig – rajta négy, egymásra kölcsönösen merőleges tengellyel – sajnos elvileg sem megy: ilyet nemhogy lerajzolni, de még csak elképzelni (vagy pálcikamodellel megépíteni) sem tudunk. Ez nem a négydimenziós téridő hibája, hanem annak a következménye, hogy ábrát (pálcikamodellt) készíteni legfeljebb a háromdimenziós térben tudunk.

Az előző fejezetben láttuk, hogy egy *esemény*: pont a téridőben. A 10. ábrán látható A pont tehát egy eseményt mutat. Nyugodtan odaképzeltünk valami konkrét történést, például hogy egy úrhajós tüsszentett. A szaggatott vetítővonalak segítségével levetíthetjük az A-t az x és t tengelyre, és a vetületeknél egy-egy számértéket olvashatunk le. (A 10. ábrán a tengelyek még nincsenek kalibrálva – nem látszanak rajtuk osztások és az osztások mellé írt számok –, ezért a számértékeket most csak odaképzeltük.) Ezek lesznek az A esemény *téridő-koordinátái*. Az úrhajós tüsszentésénél jelen volt az úralomásbeli megfigyelő egyik manója: az x tengelyen azt a számot olvassuk le, ami x -adatként ennek a manónak a pólójára van nyomtatva, a t tengelyen pedig azt a számot, amit ez a manó az óráján látott, amikor tanúja volt a tüsszentésnek.

A 10. ábrára vonalakat is húztam. Egy-egy vonal úgy tekinthető, mint pontok (tehát események) hézagmentesen összefűzött láncolata. Az a jelű vonalat például olyan események alkotják, amelyeknek mind ugyanaz az x koordinátájuk. Ezeket az eseményeket tehát mind-mind *ugyanaz az űrállomásbeli manó* regisztrálta (mint látjuk az ábrán, nem az a manó, aki az előbbi űrhajós tüsszentését feljegyezte, hanem egy olyan, aki kisebb x számot visel a pólóján). Elképzelhetünk egy kódarabot, ami ennek az odaképzelt manónak a helyét a fizikai valóságban ténylegesen kitölti. Az a vonal eseményei ezek szerint mind ezzel a kódarabbal történtek, ez a vonal az ő „élettörténete”. Mivel a tér idő maga a világ, ezért a tér időben kirajzolódó vonalakat *világvonalaknak* hívjuk. Az a vonal tehát *az űrállomáshoz képest egy helyben lebegő kódarab világvonala*. Kinek a világvonala a b vonal? Erre a vonalra olyan események vannak felfűzve, amelyeket vasútállomásbeli manók egész sorozata regisztrál; minél nagyobb x értéket visel a pólóján az a manó, aki feljegyzi az adott eseményt, annál nagyobb számértéket olvas le az óráján is. Kicsit túlmagyarázva azt az egyszerű tényt fogalmaztam meg, hogy a b világvonalat követő illetve egyre nagyobb x koordinátájú helyekre jut el egyre nagyobb t koordinátájú időpontokban, azaz *balról jobbra halad az x tengely mentén. Egyenletes sebességgel közlekedik az űrállomáshoz képest, ezt a világvonal egyenessége mutatja: a vonal mentén a t változásával egyenletes ütemben változik az x számértéke.*

A d világvonal és az e világvonal ezek után könnyen értelmezhető. Ezek szintén olyan valakik életét követik, akik egyenletes sebességgel haladnak balról jobbra az x tengely mentén, de mindkettő gyorsabbak, mint a b jelű illetve volt, és hármuk közül az e jelű a leggyorsabb. Az f vonalnak viszont nagyon furcsa a kinézete. Képzeljük el, hogy ez egy kis zöld úrlény világvonala. Próbáljuk kibogozni, mi történt ezzel az