A Feynman-előadások fizikából

A Feynman-előadások fizikából

Richard P. Feynman
Robert B. Leighton
Matthew Sands

II. kötet

TYPOTEX

A könyv megjelenését támogatta:
a Magyar Tudományos Akadémia és
a Nemzeti Kulturális Alap a kiadói program keretében.

A frissített magyar kiadás alapjául szolgált:
The Feynman Lectures on Physics
Published in 2011 by Basic Books,
A Member of the Perseus Books Group

Szakmailag lektorálta: Patkós András

ISBN 978 963 493 007 5

Kedves Olvasó!
Köszönjük, hogy kínálatunkból választott olvasnivalót!
Újabb kiadványainkról és akcióinkról
a *www.typotex.hu* és a *facebook.com/typotexkiado*
oldalakon értesülhet.

Typotex Kiadó
Alapította Votisky Zsuzsa, 1989
A kiadó az 1795-ben alapított Magyar Könyvkiadók
és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja.
Felelős kiadó: Németh Kinga
Főszerkesztő: Horváth Balázs
A kötetet gondozta: Gerner József
Borítóterv: Somogyi Péter
Nyomás: Séd Nyomda Kft.
Felelős vezető: Katona Szilvia

Tartalom

26. fejezet

Optika: A legrövidebb idő elve

26.1. A fény

E fejezetben az *elektromágneses sugárzás* tárgykörével kezdünk foglalkozni. A fény, amelynek segítségével látunk, azonos természetű jelenségek széles spektrumának csak kis részét képezi. E spektrum különböző részeit egy bizonyos változó mennyiség különböző értékei révén különböztetjük meg. E változó mennyiséget *hullámhossznak* nevezzük. Amilyen mértékben a hullámhossz a látható spektrumban változik, ugyanolyan mértékben változik a fény színe is a vöröstől az ibolyáig. Ha a spektrumot a hosszú hullámoktól kezdve a rövidek felé szisztematikusan akarjuk vizsgálni, a legcélszerűbb az ún. *rádióhullámokon* kezdeni. Rádióhullámok a gyakorlatban széles hullámhossztartományban, a rádióműsor-szórásban használtaknál nagyobb hullámhosszakon is rendelkezésünkre állnak.

A rendszeres műsorszórás szokásos hullámhossza 500 m körül van. Ezután az ún. „rövidhullámok”, majd a még rövidebb hullámhosszú radarhullámok, milliméteres hullámok stb. tartományai következnek. A különböző hullámhossztartományok között valójában nincs éles határvonal, hiszen a természet nem jelölt ki számukra tartományokat. A különböző elnevezésű tartományokkal kapcsolatos számértékek csak közelítőek, és természetesen maguk az elnevezések is többé-kevésbé önkényesek.

Hosszú utat kell megjárnunk, míg a milliméteres hullámok tartományán át elérkezünk az *infravörösnek* nevezett tartományhoz, majd onnan a *látható fény* spektrumához. Ezen is túlhaladva, az *ultraibolya* tartományba érünk. Ahol az ultraibolya végződik, ott kezdődik a röntgensugarak tartománya, de közöttük pontos határt nem tudunk vonni, ez valahol 10^{-8} m körül van. Ilyen hullámhosszuk van a „lágy” röntgensugaraknak; amelyek után a közönséges és a „kemény” röntgensugarak következnek, majd a γ-sugárzás, és így tovább, amint a hullámhossznak nevezett fizikai mennyiség mind kisebb és kisebb értékeket vesz fel.

A hullámhosszaknak ebben a roppant nagy terjedelmű tartományában legalább három olyan résztartomány van, ahol érdekes közelítések lehetségesek. Egyik ilyen résztartományban pl. a hullámhosszak sokkal rövidebbek, mint a vizsgálatukra szolgáló berendezés mérete; ezenkívül – a kvantumelmélet nyelvén szólva – a fotonenergiák kisebbek a berendezések energiaérzékenységi küszöbértékeinél. Ebben a résztartományban a *geometriai optikának* nevezett módszer durva, első közelítést szolgáltat. Másrészről, ha a hullámhossz nagyságrendben összemérhető a mérőberendezés méreteivel, amely feltételt könnyebben teljesítik a rádióhullámok, mint a látható fény, és ha a fotonenergiák továbbra is elhanyagolhatóan kicsinyek, akkor a hullámtulajdonságok figyelembevételével – a kvantumelmélettől még mindig eltekintve – egy további, nagyon hasznos közelítést tehetünk. A módszer az *elektromágneses sugárzás klasszikus elméletén* alapszik, amelyet egy későbbi fejezetben fogunk tárgyalni. Végül, ha a még rövidebb hullámhosszak felé tartunk, ahol a hullámjellegtől eltekinthetünk, de a fotonok a mérőberendezés érzékenységi küszöbéhez viszonyítva sokkal nagyobb energiával rendelkeznek, ismét egyszerűbb a fizikai kép: eljutunk a *fotonképhez*. Ezt azonban most csak fő vonásaiban ábrázoljuk, a mindent egy modell alapján leíró teljes képpel csak jóval később ismerkedünk meg tanulmányaink során.

E fejezetben a tárgyalást a geometriai optika tartományára korlátozzuk, ahol még nem veszünk tudomást a fény hullámhosszáról és fotonjellegéről. Azt a kérdést sem bolygatjuk, hogy a fény lényegében *mi*, csupán *viselkedését* írjuk le olyan távolság- és időértékekkel, melyek lényegesen nagyobbak, mint a fény néhány fontos mennyiségi jellemzője. Mindezzel azt óhajtjuk hangsúlyozni, hogy igen durva közelítésről lesz szó, s az itt megismert módszert ismét „el kell majd ejtenünk”. Ez azonban nem lesz nehéz, hiszen hamarosan áttérhetünk egy pontosabb módszerre.

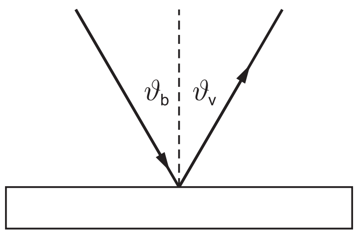
Bár a geometriai optika csupán közelítés, mégis nagyon jelentős mind műszaki, mind történeti szempontból. A történeti sorrendet követve részletesebben mutatjuk be, mint a fizika néhány más fejezetét, hogy fogalmat nyújtsunk, miként fejlődik tovább egy elmélet vagy fizikai gondolat.

Kezdjük talán azzal, hogy a fényt mindenki ismeri, és időtlen idők óta ismert is volt. Első kérdésünk: Milyen folyamat eredményeként *látjuk* a fényt? Sok elmélet volt már erre vonatkozóan, de egy dologban végül is megállapodtak: van valami, ami a tárgyakról visszaverődve a szemünkbe jut. Ez az elképzelés már oly régóta létezik és annyira hozzászoktunk, hogy nemigen értjük, hogyan javasolhattak bölcs emberek merőben ellentétes elméleteket – például hogy a szemből jön ki valami és az érzékeli a tárgyakat. Ugyancsak fontos megfigyelés volt, hogy a fény egyik helyről a másikra *egyenes vonalban* terjed, ha semmi nincs az útjában; valamint hogy a sugarak között egymásrahatás nem mutatkozik. Más szóval, a fény a szobában minden lehetséges irányban ide-oda verődik, a látási vonalunkat keresztező fény azonban nincs befolyással arra a fényre, amely valamely tárgyról a szemünkbe esik. A korpuszkuláris elmélet ellen annak idején ez volt a legerősebb érv: ezt használta fel Huygens. Ha a fényt valamely irányban kilőtt, nagyszámú nyilacskának képzeljük, akkor más irányban haladó nyilacskák hogyan mehetnek át rajtuk oly könnyedén? Ilyen bölcseleti érveknek persze nincs nagy súlyuk. Mindig mondhatjuk, hogy a fény olyan nyilacskákból áll, amelyek képesek egymáson áthatolni!

26.2. Visszaverődés és törés

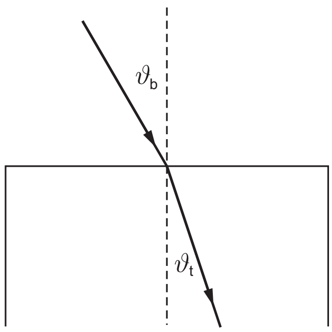
Az elmondottak már némileg érzékeltetik a geometriai optika *alapgondolatát*; kissé továbbmenve most áttérünk a kvantitatív tulajdonságok leírására. Eddig csak olyan eseteket tekintettünk, amikor a fény két pont között egyenes vonalban terjedt. Vizsgáljuk most meg, mi történik akkor, ha a fény terjedése közben különböző tárgyakba ütközik. A legegyszerűbb tárgy egy tükör – és a tükörre vonatkozó törvényt ismerjük: a reá eső fény nem folytatja egyenes vonalú útját a tükrön keresztül, hanem olyan egyenes vonalban verődik vissza róla, amelynek iránya a tükör hajlásszögének megváltoztatása esetén szintén megváltozik. Ókori gondolkodók is törték rajta a fejüket: mi a kapcsolat az itt fellépő két szög között (lásd a 26.1. ábrát)? Az összefüggés nagyon egyszerű, s már réges-régen felfedezték. A tükörre eső fény olyan módon folytatja útját, hogy mindkét sugár egyenlő szöget zár be a tükörrel. Bizonyos okoknál fogva a szögeket a tükör felületére merőleges egyenestől (a felület normálisától) szoktuk mérni. Az ún. visszaverődés törvénye tehát:

$$\vartheta_\mathrm{b} = \vartheta_\mathrm{v}\,. \tag{26.1}$$



26.1. ábra. A beesési szög egyenlő a visszaverődési szöggel

Ennél az egyszerű összefüggésnél sokkal nehezebb problémákkal találkozunk azonban, ha a fény egyik közegből a másikba lép át, pl. levegőből vízbe; ugyanis ekkor sem egyenes vonalban terjed. A vízben a fénysugár iránya eltér a levegőben követett iránytól; ha a ϑ_b szöget úgy változtatjuk, hogy a fénysugár csaknem függőlegesen esik a felületre, a „törési” szög nem olyan nagy. Ha azonban a fénysugár elég nagy szög alatt esik a felületre, az eltérési szög nagyon naggyá válik (26.2. ábra). Kérdés: Mi lesz az összefüggés a két szög között? Ez a probléma is sok fejtörést okozott a régieknek, a választ azonban sohasem tudták megtalálni! Ennek ellenére a görög fizika azon néhány kérdése közé tartozik, amelyre vonatkozóan feljegyzett kísérleti adatok találhatók. Ptolemaiosz táblázatot állított össze levegőben mért különböző beesési szögekhez tartozó, vízben való törési szögekre. A 26.1. táblázat mutatja a levegőben, ill. a vízben mért szögeket fokban. (Általában azt tartjuk, hogy a görög tudósok nem végeztek egyetlen kísérletet sem. Pedig a törvény ismerete nélkül aligha tudtak ilyen táblázatot összeállítani – hacsak nem kísérlet útján. Meg kell jegyeznünk azonban, hogy a táblázat adatai – mivel tökéletesen illeszkednek egy parabolához – nem minden szögre vonatkozóan pontos, független mérések eredményei, hanem csak néhány mérésből interpolált számok.)



26.2. ábra. A fénysugár megtörik, ha egyik közegből áthalad egy másikba

Szög a levegőben	Szög a vízben
10°	8°
20°	15,5°
30°	22,5°
40°	28°
50°	35°
60°	40,5°
70°	45°
80°	50°

26.1. táblázat

Valamely fizikai törvény megállapításának egyik fontos lépése tehát, hogy először a megfigyelt effektusra vonatkozóan méréseket végzünk és az eredményeket táblázatban rögzítjük. Ezután megpróbáljuk felfedni azt a *szabályt*, amelynek segítségével egyes mennyiségek a többivel kapcsolatba hozhatók. A fenti táblázatot i. e. 140-ben készítették, de 1621-ig senki nem találta meg a két szöget kapcsolatba hozó szabályt! Ekkor egy holland matematikus, Willebrord Snellius fedezte fel, és így hangzik: ha ϑ_b jelöli a levegőben mért szöget és ϑ_t a vízben mértet, akkor ϑ_b szinusza egyenlő ϑ_t szinuszának valamely állandószorosával, azaz

$$\sin\vartheta_\mathrm{b} = n\sin\vartheta_\mathrm{t}. \tag{26.2}$$

Vízre az n szám értéke közelítőleg 1,33. A (26.2) egyenletet *Snellius-törvénynek* nevezik. A törvény lehetővé teszi annak megjóslását, hogy a fény miképpen törik meg, ha levegőből vízbe jut. A Snellius-törvényből számolt, levegőre és vízre vonatkozó szögadatokat a 26.2. táblázat mutatja. Figyeljük meg a kitűnő egyezést Ptolemaiosz táblázatával!

Szög a levegőben	Szög a vízben
10°	7,5°
20°	15°
30°	22°
40°	29°
50°	35°
60°	40,5°
70°	45°
80°	48°

26.2. táblázat

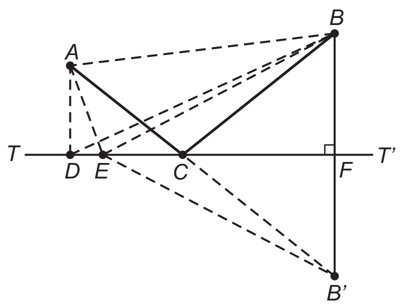
26.3. A legrövidebb idő Fermat-féle elve

A tudományos gondolat továbbfejlesztéséhez egy egyszerű formulánál mégiscsak többre van szükség. A jelenségeket először megfigyeljük, majd mérések segítségével adatokat nyerünk, s végül olyan törvényt kapunk, amely ezeket az adatokat sommázva, összefüggéseikben mutatja meg. A tudomány igazi dicsősége azonban abban áll, hogy képes kijelölni a gondolkodásnak azt az útját, amely a törvényt *nyilvánvalóvá* teszi.

Az első olyan alapelvet, amely nyilvánvalóvá tette a fény viselkedésének törvényét, Fermat fedezte fel 1650 körül. A *legrövidebb idő elvének*, ill.

a *Fermat-elvnek* az alapgondolata a következő: két pont között az összes lehetséges út közül a fény azt az utat választja, amelynek megtételéhez a *legrövidebb időtartam* szükséges.

Mutassuk meg először, hogy ez érvényes a tükör esetében, vagyis ez az egyszerű alapelv tartalmazza mind a fény egyenes vonalú terjedésének törvényét, mind a tükörre vonatkozó törvényt. Így, lépésről lépésre mind többet értünk meg! Keressünk megoldást a következő problémára. A 26.3. ábrán két pont, A és B, valamint egy T és T' betűkkel jelzett síktükör látható. Kérdés: Milyen úton lehet a legrövidebb idő alatt A-ból B-be jutni? Válasz: A-ból egyenesen B-be kell menni! De ha további követelményként a fénynek a tükörbe ütközve és onnan visszatérülve kell a legrövidebb idő alatt a B pontba érnie, a válasz már nem is olyan könnyű. Az egyik válasz az lenne, hogy a fény a tükröt a lehető legrövidebb idő alatt éri el s utána B-be jut, vagyis az ADB úton halad. Természetesen ekkor a DB út hosszú. Ha most elmozdulunk kissé jobbra, az E pontig, ezáltal kismértékben megnöveljük ugyan az első távolságot, de nagymértékben *csökkentjük* a másikat, és így a teljes úthossz, ill. a megtételhez szükséges időtartam kisebb lesz. Hogyan keressük meg azt a C pontot, amelyre nézve a terjedési időtartam a legrövidebb? Ezt igen szellemesen, egy geometriai trükkel kaphatjuk meg.



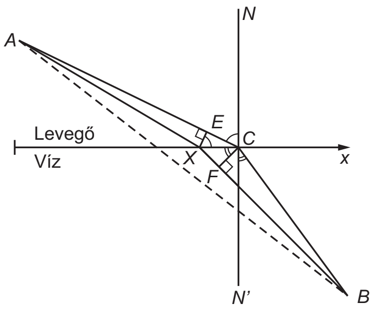
26.3. ábra. A legrövidebb idő elvének bemutatása

A TT' tükör túloldalán, ugyanolyan távolságra a TT' sík alatt, mint amilyen távolságra van a B pont a sík fölött, megszerkesztünk egy látszólagos B' pontot. Ezután megrajzoljuk az EB' egyenest. Mármost, mivel BFT derékszög és BF egyenlő FB'-vel, EB egyenlő EB'-vel. Ezért az AE és EB távolságok összege, amely arányos a megtételéhez szükséges idővel (ha a fény állandó sebességgel terjed), egyenlő az AE és EB' távolságok összegével. A feladat tehát módosult: azt kell meghatároznunk, hogy mikor lesz ezen két távolság összege a legkisebb. A válasz könnyű: Akkor, amikor a C pont az A és B' pontokat összekötő *egyenesen* lesz rajta! Más szóval, a látszólagos B' pont felé haladva kell megtalálnunk azt a pontot, mely éppen a helyes megoldást adja. Ugyanis ha ACB' egy egyenes, akkor a BCT szög egyenlő a $B'CT$ szöggel, ill. az ACT-vel. Tehát az az állítás, hogy a beesési szög egyenlő a visszaverődési szöggel, egyenértékű azzal az állítással, hogy a fény úgy halad a tükör felé, hogy onnan a B pontot a *lehető legrövidebb idő alatt* érje el. Annak idején már Alexandriai Hérón kimondta, hogy a fény a tükörre, s onnan a másik pontba úgy jut el, hogy a lehető legrövidebb *távolságot* futja be, vagyis az elmélet nem újdonság. De éppen ez vezette Fermat-t arra a gondolatra, hogy talán a fénytörés jelensége is hasonló alapon játszódik le. Fénytöréskor azonban a fény nyilvánvalóan nem a legrövidebb *utat* futja be, ezért próbálkozott Fermat azzal a magyarázattal, hogy a fény a *legrövidebb időt* igénylő úton halad.

Mielőtt rátérnénk a fénytörés tárgyalására, még valamit meg kell jegyeznünk a síktükörről. Ha a B pontba fényforrást helyezünk, amely fényt bocsát a tükör felé, azt tapasztaljuk, hogy a B pontból az A-ba pontosan ugyanolyan módon érkezik a fény, mintha a B' pontban lenne a fényforrás, s a tükör ott sem lenne. Szemünk persze csak azt a fényt észleli, amely ténylegesen beléhatol; tehát ha a B pontbeli fényforrás fényét egy síktükör pontosan úgy veri vissza, mintha a fény a B' pontbeli fényforrásból érkeznék, akkor a „szem–agy rendszer” – amennyiben nem ismeri a tényleges helyzetet – úgy fogja fel a jelenséget, mintha a fényforrás valóban a B'-ben volna. Tehát az az illúzió, hogy a fényforrás a tükör mögött van, csupán annak következménye, hogy a tükrözött fény fizikailag pontosan ugyanolyan módon hatol a szemünkbe, mintha a fényforrás ténylegesen a tükör mögött volna (kivéve, ha poros a tükör, vagy ha tudunk a tükör létezéséről stb., vagyis ha olyan információkkal rendelkezünk, melyek gondolkodásunkat befolyásolják).

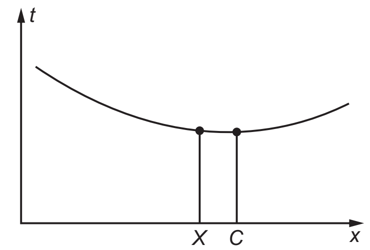
Most pedig mutassuk meg, hogy a fénytörés Snellius-törvénye a legrövidebb idő elvéből következik. Ehhez feltevéssel kell élnünk: Mekkora sebességgel terjed a fény a vízben? Tételezzük fel, hogy a fény sebessége vízben adott n szorzótényezővel kisebb, mint levegőben.

A 26.4. ábrán az előbbihez hasonló feladatot látunk: A-ból a *legrövidebb idő* alatt kell eljutni B-be. Hogy egyenes vonalon haladni nem a legjobb megoldás, azt egy példán szemléltetjük. Képzeljük el, hogy a vízen egy szép leány csónakázik, ám a B pontban kipottyan a csónakból és segítségért kiált. Az X-szel jelölt vonal a part. Mi a szárazföldön, A ponton állunk, észrevettük a balesetet, és futni is, úszni is tudunk. Futni azonban gyorsabban tudunk, mint úszni. Mit tegyünk? Egyenes vonalban fussunk



26.4. ábra. A Fermat-elv illusztrálása fénytörés esetén

ki a partra? (Kézenfekvő!) De kissé átgondolva a dolgot rájövünk, hogy a vízben kisebb távolságot kellene megtennünk, ha a parton kissé nagyobb távolságot tennénk meg – ez előnyösebb, mivel a vízben sokkal lassabban haladunk. (Ezt a gondolatmenetet követve a leghelyesebb lenne nagyon gondosan *kiszámítani*, mit is kell tennünk!) Mindenesetre azért megpróbáljuk megmutatni, hogy a feladat végső megoldása az ACB út, és az összes lehetséges út közül ennek megtételéhez kell a legrövidebb idő. Ha ugyanis ez a „leggyorsabb” út, az nyilván azt jelenti, hogy ha bármely más utat tekintünk, annak megtétele hosszabb ideig tartana. Tehát ha grafikusan ábrázolnánk az X pontig terjedő útszakasz megtételéhez szükséges időket az X pont helyzetének függvényében, akkor a 26.5. ábrán láthatóhoz hasonló görbét kapnánk, ahol a C pont a lehető legrövidebb időnek felel meg. Ez azt jelenti, hogy ha az X pont a C *környezetében* mozog, első



26.5. ábra. A minimális terjedési idő a C pontnak felel meg, de a szomszédos pontok csaknem ugyanannak a terjedési időnek felelnek meg

közelítésben *nincs változás* az időben, mivel a görbe alján a meredekség zérus. A törvényt tehát úgy találjuk meg, ha megköveteljük, hogy az X pont helyzetének nagyon kis mértékű változása a futási időben lényegében semmilyen változást se okozzon. (Persze végtelen kicsiny, *másodrendű* változások mégis fellépnek, ezeknek a C-től számított mindkét irányú elmozdulás esetén pozitívnak kell lenniük.) Tekintsünk tehát egy C-hez közeli X pontot, majd számítsuk ki az új út, AXB megtételéhez szükséges időt és hasonlítsuk össze azt a régi út, ACB megtételéhez szükséges idővel. Mindez igen egyszerűen végre is hajtható. Azt szeretnénk elérni, hogy ha az XC távolság kicsi, akkor a különbség közel zérus legyen. Tekintsük először a szárazföldön megtett utat. Megrajzolva az XE merőlegest, láthatjuk, hogy az új út EC távolsággal rövidebb. Azt mondhatjuk, hogy ezáltal többletutat takarítottunk meg. Másrészről azonban, megrajzolva a megfelelő CF merőlegest, azt látjuk, hogy a vízben az XF többlettávolság jelentkezik, ami viszont veszteséget jelent. Vagy ami az *időt* illeti, nyerünk ugyan az EC távolság elhagyásával, de veszítünk is, mert az XF távolságot is meg kell tennünk. Ezen két időtartamnak egyenlőnek kell lennie, mivel első közelítésben a teljes idő nem változik. Feltételezve, hogy vízben a sebesség n-szer kisebb, mint levegőben, az

$$EC = nXF \tag{26.3}$$

eredményt kell kapnunk. Ha a helyes pontot választottuk ki, $XC \sin EXC = nXC \sin XCF$, továbbá egyszerűsítve a közös XC átfogó hosszával és észrevéve, hogy

$$EXC\sphericalangle = ECN\sphericalangle = \vartheta_\mathrm{b},$$

és $$XCF\sphericalangle \approx BCN'\sphericalangle = \vartheta_\mathrm{t} \text{ (ha } X \text{ kevéssel tér el } C\text{-től)},$$

azt kapjuk, hogy

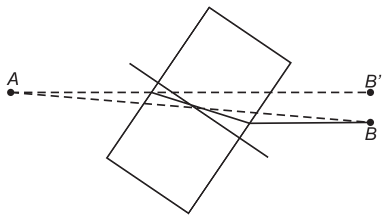
$$\sin\vartheta_\mathrm{b} = n \sin\vartheta_\mathrm{t}. \tag{26.4}$$

Tehát ahhoz, hogy egy közeg adott pontjából egy másik közegben levő pontba a lehető legrövidebb idő alatt érjen, a fénynek olyan szög alatt kell a közegek határára esnie (ha a sebességek aránya n), hogy a ϑ_b és a ϑ_t szögek szinuszának aránya megegyezzék a két közegben mért sebességek arányával.

26.4. A Fermat-elv alkalmazásai

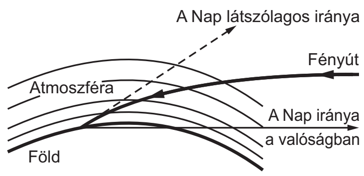
Tekintsük most a legrövidebb idő elvének néhány érdekes következményét. Az első a megfordíthatóság (reciprocitás) elve. Az A pontból B-be vivő, legrövidebb idő alatt megtehető utat már megtaláltuk, de haladjon most a fény az ellenkező irányba. A legrövidebb időnek (feltételezve, hogy a fény bármely irányban ugyanazon sebességgel terjed) ez esetben is ugyanaz az út felel meg, ezért ha bizonyos irányba fényt bocsátunk valamely úton, ellenkező irányban is ugyanazon az úton fog haladni.

Érdekes példa a bizonyos szög alatt a fénysugár útjába helyezett plánparalel üveghasáb. Az A pontból a B pontba a hasábon keresztülhaladó fény (26.6. ábra) nem egyenes vonalban terjed, hanem a hasábon belül csökkenti pályájának hajlásszögét és ezzel lerövidíti az áthaladáshoz szükséges időt, bár ugyanakkor a levegőben kis időt veszít. A fénysugár egyszerűen önmagával párhuzamosan eltolódik, ugyanis a hasábba való belépésének és kilépésének szöge azonos.

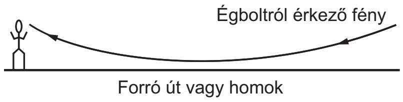


26.6. ábra. Ha a fénysugár átlátszó hasábon halad át, a beeső sugárhoz képest párhuzamosan eltolódik

A harmadik érdekes jelenség: miközben a naplementét megfigyeljük, a Nap már a látóhatár alatt jár! Nem úgy *látszik*, mintha a horizont alatt volna, de a valóságban mégis ott van (26.7. ábra). A Föld légköre felül ritka, alul sűrű. A fény a levegőben lassabban terjed, mint légüres térben, ezért a napsugarak egy horizont alatti pontot gyorsabban érnek el, ha a sűrű rétegeket, ahol a fény lassabban terjed, elkerülik és nem pontosan egyenes vonalú, hanem meredekebb hajlású pályán haladnak. Amikor tehát a Nap éppen lenyugodni látszik, valójában már régen jóval a horizont alá került. E jelenségnek ugyancsak jó példája az a káprázat, amellyel gyakran találkozik a naptól felforrósodott országúton a gépkocsivezető. „Vizet” lát maga előtt, de mire odaér, az út száraz, akár a sivatag! A jelenség magyarázata: amit ilyenkor lát, az valójában az égboltnak az útról „visszavert” fénye; az égboltozatról az útra eső fénysugár – mint a 26.8. ábra mutatja – a szemünkbe juthat. Hogyan? A levegő közvetlenül az út fölött nagyon forró, a magasabb rétegekben azonban hidegebb. A meleg levegő jobban kitágul, ritkább, mint a hideg, benne a fénysebesség kevésbé csökken. Más szóval, a fény gyorsabban terjed a forró rétegben,

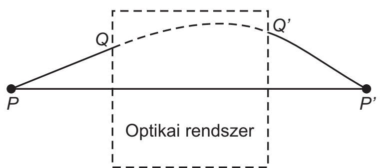


26.7. ábra. A látóhatár közelében a Nap látszólagos iránya nagyjából 1/2 fokkal magasabban van, mint a Nap valóságos iránya mint a hidegben. A fénysugár ahelyett, hogy egyenes vonalban terjedne, a legrövidebb idő elvének megfelelően – hogy időt takarítson meg – bizonyos ideig olyan rétegben halad, ahol nagyobb a sebessége. S így görbül el pályája.



26.8. ábra. „Délibáb”-szerű káprázat

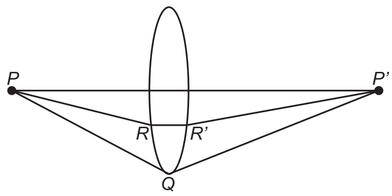
Szintén a legrövidebb idő elvét szemlélteti következő példánk: Tegyük fel, olyan körülményeket szeretnénk létrehozni, hogy egy adott P pontból kibocsátott összes fénysugár egy másik, P' pontban fusson össze (26.9. ábra). Ez természetesen azt jelenti, hogy a fény a P pontból egyenes vonalban eljuthat P'-be. Ez rendjén is van. Hogyan érhetjük el azonban azt, hogy ne csak az egyenesen P' felé tartó, hanem a P-ből Q felé induló fénysugár is P'-be jusson? Az összes fényt újra össze szeretnénk gyűjteni egy ún. *fókuszpontba.* Hogyan? Ha a fény mindig a legrövidebb időnek megfelelő utat választja, akkor bizonyára nem „akar” más számba jöhető úton haladni. Az egyetlen mód arra, hogy a fény számára több szomszédos pályát is „elfogadhatóvá” tegyünk, az, ha a rájuk vonatkozó haladási idők pontosan egyenlők egymással! Ellenkező esetben a fény a legrövidebb időnek megfelelő utat választja. Fókuszáló rendszerek készítésének tehát csak egy feltétele van: olyan eszközt kell előállítanunk, amelyben biztosítva van, hogy a fény az összes különböző utat ugyanazon idő alatt teszi meg!



26.9. ábra. Optikai „fekete doboz”

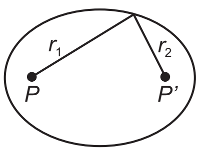
Ilyen eszközt könnyű készíteni. Vegyünk csak elő egy üvegdarabot, amelyben a fény lassabban terjed, mint a levegőben (26.10. ábra). Tekintsünk most egy olyan sugarat, amely a PQP' úton halad a levegőben. Ez hosszabb, mint a P-ből a P'-be vivő közvetlen út, és nem vitás, hogy megtételéhez több idő is szükséges. Ha azonban éppen megfelelő vastagságú üvegdarabot (később majd kiszámítjuk, milyen vastagot) helyeznénk a fény útjába, akkor az pontosan kompenzálná azt az időtöbbletet, ami a

PP' egyeneshez képest valamilyen szög alatt haladó fény számára lenne szükséges! Így olyan helyzetet teremthetünk, hogy a fény egyenes vonalú áthaladásához szükséges idő ugyanakkora lesz, mint a PQP' úthoz szükséges idő. Hasonló módon, ha a kevésbé eltérített $PRR'P'$ sugarat tekintjük, amely rövidebb, mint a PQP', nem kell oly sok időt kompenzálnunk, mint az előbbi esetben, de azért valamennyit mégiscsak kell. Végeredményképpen a 26.10. ábrán látható üvegalakot kapjuk. Ilyen alakú üvegen keresztül a P pontból jövő összes fénysugár P'-be jut. Ez az eszköz már régóta ismeretes, *gyűjtőlencse* a neve. A következő fejezetben ki is számoljuk majd, milyen alakú az ideális fókuszáló tulajdonságú lencse.



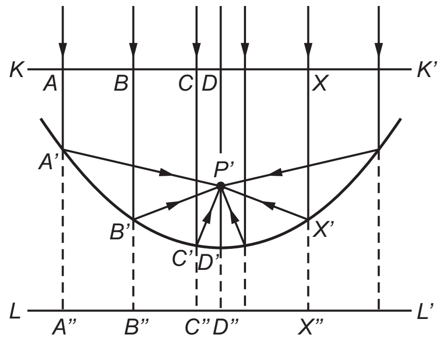
26.10. ábra. Fókuszáló optikai rendszer

Végül még egy példa: Tegyük fel, hogy néhány tükröt oly módon akarunk elhelyezni, hogy P-ből a fény mindig P'-be jusson (26.11. ábra). Bármely úton, mindig valamelyik tükör felé halad a fény, onnan visszaverődik, és az összes ilyen út megtételéhez szükséges időknek egyenlőeknek kell lenniük. A fény itt csak levegőben halad, tehát az idő arányos a megtett úttal. Ezért az az állítás, miszerint az összes idők azonosak, ugyanaz, mintha azt állítanánk, hogy az összes út teljes hossza azonos. Tehát az r_1 és az r_2 távolság összege állandó kell hogy legyen. *Ellipszis* az a görbe, amely rendelkezik azzal a tulajdonsággal, hogy minden pontjára vonatkozóan két adott ponttól mért távolságának összege állandó; tehát biztosak lehetünk afelől, hogy a fény ilyen alakú tükörről visszaverődve az egyik gyújtópontból a másikba jut.



26.11. ábra. Elliptikus tükör

Ugyanezt az elvet alkalmazzák a csillagokról jövő fény összegyűjtésére is. A nagy, 200 hüvelykes (1 hüvelyk ≈ 2,54 cm) Palomar-hegyi teleszkópot a következő elv szerint építették. Képzeljünk el több milliárd kilométerre tőlünk egy csillagot; a csillagról teleszkópunkba jutó összes fényt a fókuszba szeretnénk összegyűjteni. Természetesen a fénysugarak útját a csillagig nem tudjuk nyomon követni, de mégis ellenőrizni szeretnénk, vajon a terjedési idők egyenlőek-e. Tudjuk, hogy amikor a sugarak valamilyen, a sugárzás irányára merőleges KK' síkhoz érnek, akkor az összes terjedési idők ezen síknál egyenlőek (26.12. ábra). A sugaraknak a tükörről visszaverődve egyenlő idő alatt kell a P' pontba érniük. Ez azt jelenti, hogy olyan tulajdonsággal rendelkező görbét kell találnunk, amelyre – függetlenül az X pont választásától – az $XX' + X'P'$ távolságösszeg állandó. Ezt könnyen megtalálhatjuk, ha az XX' egyeneseket az LL' síkig meghosszabbítjuk. Ugyanis ha görbénket úgy szerkesztjük meg, hogy teljesüljenek az $A'A'' = A'P''$, $B'B'' = B'P'$, $C'C'' = C'P'$ stb. összefüggések, a kívánt görbét kapjuk, mivel ekkor a görbe minden pontjára nézve az $AA' + A'P' = AA' + A'A''$ távolság nyilvánvalóan állandó. Görbénk tehát mindazon pontok mértani helye, melyek egy egyenestől és egy ponttól egyenlő távolságra vannak. Az ilyen görbét *parabolának* nevezik – a palomari teleszkóptükröt parabola alakúra készítették.



26.12. ábra. Parabolatükör

A fenti példák illusztrálják az elvet, amelynek alapján optikai eszközök tervezhetők. Tökéletes fókuszáláshoz a görbéket kiszámíthatjuk azon alapelv felhasználásával, hogy a fókuszpontba tartó valamennyi fénysugár terjedési idejének pontosan egyenlőnek, és egyúttal bármely más szomszédos útra vonatkozó időnél rövidebbnek kell lennie. A következő fejezetben még visszatérünk a fókuszáló optikai eszközökhöz, most hadd tárgyaljuk tovább az elmélet fejlődését. Mikor valaki új alapelvet dolgoz ki, mint például a legrövidebb idő elvét, először is hajlamosak vagyunk az ellenvetésekre: „Jó, mindez nagyon szép, sőt örvendetes, de vajon hozzásegít-e általában a fizika megértéséhez?” Mire a válasz: „Igen. Nézzék, hány dolgot meg tudunk most már magyarázni!” Másvalaki viszont azt mondhatja:

„Nagyon jó, de én a tükröket enélkül is megértem! Nekem olyan görbére van szükségem, melynek minden érintő síkja egyenlő szöget zár be a két fénysugárral. Egy lencsét is ki tudok számítani enélkül, mivel felületén minden ráeső sugár a Snellius-törvényből adódó szögnek megfelelően törik meg.” Nyilvánvalóan a legrövidebb idő elvének tartalma és a tükrözés szögegyenlőségi törvénye, valamint fénytöréskor a szögek szinuszainak arányossága egy és ugyanazt a dolgot fejezik ki. Talán akkor mindez csupán filozófiai vagy esztétikai kérdés? Mindkét álláspont védelmében fel lehet hozni érveket.

Tény azonban, hogy egy elv fontosságának kritériuma az, hogy lehet-e segítségével *új dolgokra következtetni.*

Könnyű megmutatni, hogy a Fermat-elv egész sor új dolgot jósolt meg. Először induljunk ki abból, hogy *három* közegre – üvegre, vízre és levegőre – fénytörési kísérletet végzünk, melynek során mérjük az egyik közegnek a másikra vonatkozó n törésmutatóját. Jelöljük n_{12}-vel a levegő (1) vízre (2), és n_{13}-mal a levegő (1) üvegre (3) vonatkozó törésmutatóját. Ha a víz–üveg rendszer törését vizsgáljuk, akkor egy másik, n_{23}-mal jelölt törésmutatót kell kapnunk. Semmilyen a priori okunk sincs feltételezni, hogy miért kellene az n_{12}, n_{13} és n_{23} törésmutatók között bármilyen kapcsolatnak is lennie. A legrövidebb idő elvének megfelelően azonban van egy ilyen határozott kapcsolat. Az n_{12} törésmutató ugyanis két mennyiségnek, a levegőben és a vízben mért fénysebességnek az aránya; ugyanígy n_{13} a levegőben és üvegben, n_{23} pedig a vízben és üvegben mért fénysebesség aránya. A levegőbeli fénysebesség értékével egyszerűsítve azt kapjuk, hogy

$$n_{23} = \frac{v_2}{v_3} = \frac{v_1/v_3}{v_1/v_2} = \frac{n_{13}}{n_{12}}. \tag{26.5}$$

Más szóval, *előre meg tudjuk mondani*, hogy valamely új közegpárra vonatkozó törésmutatót az illető közegnek akár a levegőre, akár a légüres térre vonatkozó törésmutatóiból ki lehet számítani. Tehát ha az összes közegben mérjük a fénysebességet, és ebből minden egyes közegre egy számot kapunk, az n_i-vel jelölt, légüres térre vonatkozó törésmutatót (pl. n_1 a légüres térben mért sebesség a levegőben mért sebesség arányában stb.), akkor képletünk állítása igen egyszerű. Bármely két, i és j anyagra vonatkozóan a törésmutató:

$$n_{ij} = \frac{v_i}{v_j} = \frac{n_j}{n_i}. \tag{26.6}$$

Csak a Snellius-törvény alapján nem bocsátkozhatnánk ilyesfajta jóslásba.[1] Persze ennek ellenére ez az előzetes állítás beigazolódik. A (26.5) összefüggés nagyon régen ismeretes és igen erős érvként támasztotta alá a legrövidebb idő elvét.

Szintén a legrövidebb idő elvének fontosságát hangsúlyozza egy másik érv, ti. az, hogy előre megmondja: ha a fénysebességet vízben *mérjük*, a levegőben mértnél kisebb értéket kapunk. Ez már egészen más típusú, sokkal mélyrehatóbb elméleti jellegű jóslat, amely semmiképpen sem kapcsolódik azokhoz a megfigyelésekhez, amelyek alapján Fermat levezette a legrövidebb idő elvét (hiszen eddig mért mennyiségekként csak *szögekkel* volt dolgunk). Mint kiderült, a fény sebessége vízben tényleg kisebb, mint levegőben, mégpedig pontosan annyival kisebb, amennyi ahhoz szükséges, hogy a törésmutató helyes értékét kapjuk meg!

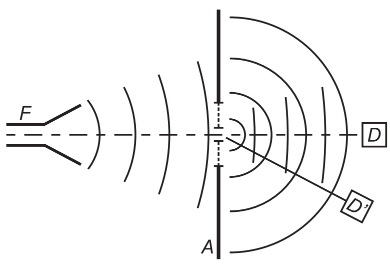
26.5. A Fermat-elv pontosabb megfogalmazása

A fentiekben tulajdonképpen a legrövidebb idő elvének egy kevésbé pontosan megfogalmazott alakjáról volt szó. Az elvet most egy kissé pontosabban is megfogalmazzuk. Az eddigi megfogalmazást ui. helytelenül neveztük a legrövidebb idő elvének, és csupán a kényelem kedvéért éltünk vele. Most azonban már pontosabban is ki kell fejtenünk a tételt. Tegyük fel, van egy olyan tükrünk, mint amilyen a 26.3. ábrán látható. Vajon honnan „tudja” a fény, hogy a tükörhöz kell mennie? Nyilvánvalóan az AB út felel meg a *legrövidebb* időnek. Ezért kézenfekvő a következő ellenvetés: „Bizonyos esetekben talán éppen ennek az útnak a megtétele igényel maximális időt.” Ez az idő azonban *nem a maximális*, mivel valamilyen görbült út megtétele bizonyára még hosszabb időt venne igénybe! Az alapelv pontos megfogalmazása a következő: Egy adott pályán haladó fénysugárnak az a tulajdonsága, hogy ha a fényutat kismértékben (mondjuk egy százalékkal) bármilyen módon megváltoztatjuk – akár a sugárnak a tükörre való beesési helyét, akár a görbe alakját, vagy bármi mást módosítunk –, ez *nem* okoz a terjedési időben elsőrendű változást; a terjedési időben csak *másodrendű* változás jön létre. Más szóval, az alapelv azt mondja ki, hogy a fénysugár pályáját sok más szomszédos, csaknem pontosan *azonos* időt igénylő terjedési út közül választja.

A legrövidebb idő elvével kapcsolatban van egy másik nehézség is, amit az effajta elmélettől idegenkedők nemigen tudnak megemészteni. A

[1] Noha le lehet vezetni, azzal a további feltételezéssel, hogy adott anyagból álló réteg valamely más anyag felületéhez adása nem változtatja meg az utóbbi anyagban a törési szöget.

Snellius-elmélet segítségével meg lehet „érteni” a fényt. A fény terjed, lát maga előtt egy felületet, meghajlik, mivel a felületen valami történik vele. Az okság gondolatát, vagyis hogy a fény egy pontból a másikba terjed, majd onnan a következőbe stb. könnyű megérteni. A legrövidebb idő elve azonban másféle filozófiai alapelv, amely merőben másként magyarázza a természetben lejátszódó jelenségeket. Ahelyett ugyanis, hogy oksági kapcsolatról beszélne, arról, hogy tevékenységünk eredményeképpen történik valami, azt állítja, hogy ha megadjuk a feltételeket, a *fény* eldönti: melyik a legrövidebb (vagy extremális) idejű, s az ennek megfelelő utat választja. De *mit* tesz eközben, *hogyan* talál rá a megfelelőre? Talán bizony „végigszimatolja” az egymás melletti utakat és összehasonlítja őket egymással? A válasz: Igen; bizonyos értelemben így tesz. A geometriai optikában természetesen a fénynek ez a tulajdonsága nem szerepel, mivel ez a *hullámhossz* fogalmával kapcsolatos; a hullámhossz kb. az a távolság, amelyen belül a fény „érzékelni képes”, és össze tudja hasonlítani a szomszédos utakat. Ezt a tényt nagy méretekben, fénnyel végzett kísérlettel igen nehéz bemutatni, mivel a hullámhosszak borzasztóan kicsinyek. De mondjuk a 3 cm hosszúságú rádióhullámok már sokkal nagyobb távolságot tudnak „leellenőrizni”. Ha valamilyen rádióhullám-forrást, detektort és egy ernyőn levő rést a 26.13. ábra szerint rendezünk el, akkor a sugarak nyilván F-ből D-be tartanak, mivel ezek egy, a résen is keresztülhaladó egyenesen fekszenek, és ha a rést össze is szűkítjük, a sugarak továbbra is D-be fognak jutni. Ha azonban a detektort elmozdítjuk oldalirányban a D' helyzetbe, a rádióhullámok a széles résen keresztül nem fognak F-ből D'-be menni, mivel az egymáshoz közel fekvő utakat összehasonlítják, és azt mondják: „Nem, barátom, ezeknek az utaknak különböző idők felelnek meg!” Másrészről, ha a rést hajszálvékonnyá szűkítve *megakadályozzuk*, hogy a hullámok összehasonlítsák az utakat, akkor csak egyetlenegy út áll rendelkezésükre, és a hullámok ezt választják! Szűk résen át D'-t sokkal több sugárzás éri, mint széles rés esetén!



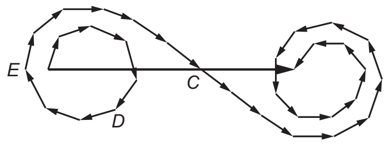
26.13. ábra. Rádióhullámok áthaladása keskeny résen

Ugyanez fényre is fennáll, de nagy méretek esetében nehéz bemutatni a kísérletet. Az effektus a következő egyszerű feltételek mellett azért mégis megfigyelhető. Keressünk egy kis, erős fényű fényforrást, mondjuk egy távoli utcai lámpa opálozatlan égőjét, vagy a Nap visszatükröződését egy gépkocsi görbe lökhárítójáról. Ezután helyezzük két ujjunkat egyik szemünk elé úgy, hogy keresztülnézhessünk a közöttük levő szűk résen, majd nagyon lassan összezárva ujjainkat addig csökkentsük a fényt, amíg el nem tűnik. Azt fogjuk tapasztalni, hogy a fényforrás képe, amely kezdetben kis fényfolt, meglehetősen szétlapul, majd hosszú vonallá nyúlik. Ez azért következik be, mert az ujjak igen közel kerültek egymáshoz, és a fény, amelyről feltételeztük, hogy egyenes vonal mentén haladt a résig, bizonyos szög alatt szétterül úgy, hogy különböző irányokból érkezik a szembe. Ha eléggé figyelmesek vagyunk, akkor oldalmaximumokat és a szélek mentén nagyszámú csíkot is észlelünk. Ezenkívül az egész jelenség színes. Mindezek lényegét majd kellő időben megmagyarázzuk; jelen pillanatban ezzel a nagyon könnyen elvégezhető kísérlettel csak azt szemléltetjük, hogy a fény nem halad mindig egyenes vonalban.

26.6. Hogyan megy végbe a fényterjedés?

Végül egy nagyon durva képet adunk arról, hogy valójában hogyan megy végbe a fényterjedés abból a jelenleg helyesnek elfogadott kvantumdinamikai szempontból, amelyet itt természetesen csak kvalitatíve ismertetünk. A fény útját a 26.3. ábrán az A pontból a B-be követve azt találjuk, hogy a fény egyáltalában nem mutat hullámtermészetet. Ehelyett úgy látszik, a fénysugarak fotonokból állnak, és valóban, ha fotonszámlálót használunk, kattanásokat hallunk. A fény „fényessége” arányos a másodpercenként beérkező fotonok átlagos számával, és amit kiszámolunk, az annak „*valószínűsége*”, hogy egy foton A-ból, mondjuk, a tükör érintésével B-be jut. E valószínűséget a következő, nagyon furcsa *törvény* alapján számítjuk ki. Válasszunk valamely tetszőleges utat, és határozzuk meg ezen út megtételéhez szükséges időt; ezután írjunk fel egy komplex számot, vagy rajzoljunk le egy kis $\varrho e^{i\vartheta}$ alakú komplex vektort, *amelynek ϑ szöge az idővel arányos.* A vektor másodpercenkénti fordulatszáma: a fény frekvenciája. Tekintsünk most egy másik utat; ennek megtételéhez pl. az előbbitől különböző időre lesz szükség, tehát – mivel a szög mindig arányos az idővel – a neki megfelelő vektor is más szögben fog hajlani. Az *összes* lehetséges utat tekintve, adjuk össze az így adódó kis vektorokat; eredményül azt kapjuk, hogy az összegvektor hosszának négyzete megadja a foton áthaladási valószínűségét a kezdőponttól a végpontig.

Most mutassuk meg, hogyan következik ebből a tükörre vonatkozó legrövidebb idő elve. Tekintsük a 26.3. ábrán az összes lehetséges ADB, AEB, ACB stb. utakat. Az ADB út adott kis járulékot hoz létre, a következő, AEB út megtételéhez azonban teljesen különböző idő szükséges, tehát a megfelelő ϑ szög is teljesen különböző. A minimális időnek feleljen meg mondjuk a C pont. Ennél, ha az utakat kissé megváltoztatjuk, az idő nem változik meg. Pontosabban szólva, az idő egy darabig észrevehetően változik, de amint közeledünk a C ponthoz (26.14. ábra), mind kevésbé változik. Tehát összeadandó vektoraink C közelében egy darabig pontosan ugyanazon szög alatt hajlanak, majd fokozatosan, ahogyan az idő nőni kezd és a fázisok a másik irányban körbe haladnak, a vektorok is a másik irányban csavarodnak stb. Végeredményképpen összeszűkülő vektorspirális adódik. A teljes valószínűség a vektorlánc egyik végétől a másikig terjedő távolság négyzete. Mindez a valószínűség csaknem teljes egészében abból a tartományból adódik, ahol az összes nyíl egy irányba mutat (azonos fázisban van). Az utak változtatásakor a nagyon különböző idejű járulékok kiesnek azáltal, hogy különböző irányokba mutatnak. Ezért van az, hogy ha letakarjuk egy tükör széleit, az továbbra is csaknem pontosan ugyanúgy ver vissza, hiszen mindössze annyit tettünk, hogy a diagram egy darabját a spirális végeken belül kitöröltük, és ez a fény számára csak nagyon csekély változást jelent. Ez tehát az összefüggés a vektorösszegtől függő áthaladási valószínűségű fotonok korszerű elképzelése és a legrövidebb idő elve között.



26.14. ábra. Sok szomszédos útra vonatkozó valószínűségi amplitúdó összegezése

27. fejezet

Geometriai optika

27.1. Bevezetés

Ebben a fejezetben az előbb kifejtett gondolatok néhány elemi alkalmazását tárgyaljuk a *geometriai optikának* nevezett közelítő módszer felhasználásával. Számos optikai rendszer és eszköz megkonstruálásánál bizonyult hasznosnak ez a közelítés. A geometriai optika pedig vagy nagyon egyszerű, vagy nagyon bonyolult. Mit értünk ezen? Vagy csak olyan felületesen tanuljuk, hogy – egyszerű szabályok felhasználásával, melyekkel gyakorlatilag középiskolás színvonaluk miatt itt egyáltalán nem szükséges foglalkoznunk – közelítőleg meg tudjunk tervezni bizonyos eszközöket, vagy pedig, ha meg akarjuk ismerni a lencsék kis hibáit és más hasonló részletkérdéseket, a téma annyira bonyolult, hogy ezen a szinten már nem tárgyalhatjuk. Ha valakinek tényleg egy precíz lencsetervezési feladatot kellene elvégeznie, beleértve a lencsehibák vizsgálatát is, azt tanácsoljuk, tanulmányozza a szakkönyveket, vagy egyszerűen alkalmazza a törési törvényeket, kövesse a fényutat a különböző felületeken keresztül (éppen ennek módját mondja el a szakkönyv), határozza meg a lencserendszerből kilépő fény helyét és irányát, és vizsgálja meg, kielégítő-e a képalkotás. Általában azt tartják, hogy ez túl fáradságos, de manapság a számítógépek már megkönnyítik az eljárást.

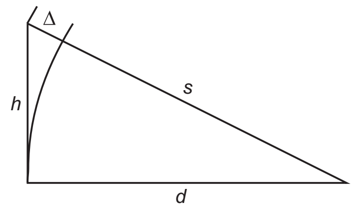
A feladatot meg lehet matematikailag fogalmazni, és a számításokat sugárról sugárra nagyon könnyen el lehet végezni. Voltaképpen tehát az eljárás egészen egyszerű és nem kívánja új elvek alkalmazását. Továbbá, minthogy akár az elemi, akár a magasabb fokú optika szabályaira más területeken ritkán találhatók analógiák, ezért nincs is különösebb okunk e tárgy bővebb ismertetésére. De egy fontos kivételt meg kell említenünk.

Kiderült ugyanis, hogy a geometriai optika Hamilton által kidolgozott, legfejlettebb és legelvontabb elméletének nagyon fontos alkalmazásai vannak a mechanikában. Valójában ez az elmélet sokkal fontosabb a mechanika, mint az optika szempontjából, ezért átengedjük a magasabb fokú elméleti mechanikának. Most pedig – miután felmértük, hogy a geometriai optika vajmi keveset nyújt a fizika többi ágának – rátérünk az egyszerű optikai rendszerek elemi tulajdonságainak vizsgálatára az előző fejezetben kifejtett elvek alapján.

A továbbiakban szükségünk lesz a következő geometriai összefüggésre: legyen adott egy háromszög, amelynek h magassága kicsi, d alapja pedig nagy. Az s átfogó (erre két különböző út közötti időkülönbség kiszámolása miatt lesz mindjárt szükségünk) hosszabb, mint az alap (27.1. ábra). Mennyivel? A $\Delta = s - d$ különbséget többféleképpen is megkaphatjuk. Például látjuk, hogy $s^2 - d^2 = h^2$ vagy $(s-d)(s+d) = h^2$. De $s - d = \Delta$ és $s + d \approx 2s$. Ily módon

$$\Delta \approx h^2/2s. \tag{27.1}$$

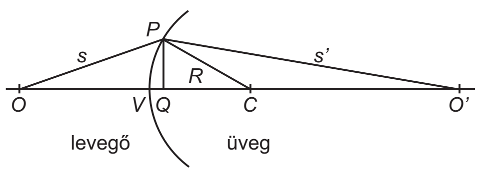
Ez mindaz a geometriai tudnivaló, amelyre a görbült felületek leképezési tulajdonságainak tanulmányozásához szükségünk van.



27.1. ábra

27.2. Gömbfelület fókusztávolsága

Első és legegyszerűbb példaként két különböző törésmutatójú közeget elválasztó, egyetlen törőfelületet fogunk megtárgyalni (27.2. ábra). A tetszés szerinti törésmutatókat válassza meg az Olvasó, a hangsúly azonban mindig a *gondolaton*, s nem a sajátos körülményeken van; a feladat egyébként is olyan, hogy bármely esetben könnyen kezelhető. Feltételezzük tehát, hogy a bal oldalon a fénysebesség értéke 1, a jobb oldalon pedig $1/n$, ahol n a törésmutató. Vagyis üvegben a fény n-szer lassabban terjed.



27.2. ábra. Leképezés egyetlen törő felület esetén

Tételezzük most fel, hogy egy O pont az üveg homlokfelületétől s távolságra, és egy másik O' pont pedig az üvegben ugyanettől s' távolságra helyezkedik el. Görbe felületünket úgy szeretnénk megválasztani, hogy minden O pontból jövő és a felület bármely P pontjára eső sugár az O' pontba érkezzék. E célból a felületet olyan módon kell kialakítanunk, hogy a fény O-ból P-be jutásához szükséges időnek, azaz az (egységnyinek választott) fénysebességgel osztott OP távolságnak és az $n \cdot O'P$ mennyiségnek, azaz a P-ből O'-be jutáshoz szükséges időnek az összege, a P pont helyzetétől független állandó legyen. Ez a feltétel egy egyenletet szolgáltat, melyből leszármaztatható a felületet leíró nagyon bonyolult negyedrendű görbe. Szórakoztató feladatként az Olvasó megpróbálhatja ezt az analitikus geometria segítségével felírni. Egyszerűbb persze az $s \to \infty$-nek megfelelő speciális esetet tekinteni, mert így egy könnyebben felismerhető másodrendű görbe adódik. Érdekes ezt a görbét összehasonlítani azzal a parabolával, melyet a végtelenből érkező fényt fókuszáló tükör alakjára kaptunk.

A megfelelő felületet tehát nem könnyű elkészíteni, az egy pontból jövő fénynek egy másik pontba történő összegyűjtéséhez (a leképezéshez) meglehetősen bonyolult felület szükséges. A gyakorlatban persze ilyen bonyolult felületek elkészítésére nemigen vállalkozunk, hanem kompromisszumos megoldást keresünk. Ahelyett, hogy az *összes* sugarat a képpontba gyűjtenénk össze, csak az OO' tengelyhez elég közel eső sugarakat gyűjtjük össze. A távolabb esők – ha éppen úgy tetszik nekik – kedvezőtlenül is eltérülhetnek, hiszen az ideális bonyolult felület helyett gömbfelületet alkalmazunk, amely csak a tengely közelében megfelelő görbületű. Gömbfelületet más felületekhez képest sokkal könnyebb készíteni, lássuk hát, mi történik a gömbfelületre eső sugarakkal, ha – feltételezésünk szerint – csak a tengelyhez közel eső fénysugarak metszik egymást egy képoldali pontban. Ezeket a tengelyhez közel eső fénysugarakat *paraxiális sugaraknak* is nevezik. Jelen feladatunk éppen a paraxiális sugarakkal történő leképezés feltételeinek megkeresése. Később megtárgyaljuk majd azokat a hibákat is, amelyeknek oka a sugarak elhajlása a tengelytől.

A P pontot a tengelyhez közel fekvőnek tekintve, bocsássunk az OO' tengelyre egy PQ merőlegest, melynek hossza legyen h. Képzeljük most egy pillanatra, hogy a felületünk egy a P ponton átmenő sík. Ekkor az OP távolság megtételéhez szükséges idő nagyobb lenne az OQ-nak megfelelő időnél, és ugyanúgy a PO'-nak megfelelő idő is nagyobb lenne a QO'-nek megfelelőnél. Az üveg felületének azonban éppen emiatt kell görbültnek lennie; ugyanis a teljes időtöbbletet a V–Q átmenet során fellépő időveszteséggel kell kompenzálni! Mármost az OP úton fellépő *időtöbblet* $h^2/2s$, az $O'P$ úton fellépő pedig $nh^2/2s$. Ezen időtöbbletek összege az, amelyet a VQ úton fellépő időveszteségnek kell kompenzálnia. A VQ út megtételéhez szükséges idő azonban különbözik attól az értéktől, amely vákuumban lépne fel, hiszen a fény ez esetben közegben halad. Mivel a VQ út megtételéhez szükséges idő n szorzótényezővel nagyobb a vákuumra vonatkozó értéknél, tehát az ezen a távolságon bekövetkező időveszteség $(n-1)VQ$. No de a VQ távolság mekkora? Ha C az R sugarú gömb középpontja, akkor az előzőekben használt képlet segítségével beláthatjuk, hogy a VQ távolság $h^2/2R$-rel egyenlő. Ezért az s és s' távolságokat összekapcsoló, valamint a keresett felület R görbületi sugarát meghatározó egyenlet a következő alakban írható:

$$(h^2/2s) + (nh^2/2s') = (n-1)h^2/2R, \tag{27.2}$$

vagy

$$(1/s) + (n/s') = (n-1)/R. \tag{27.3}$$

Ha tehát az O és O' pontok adottak, és azt akarjuk, hogy az O-ból érkező fénysugarak az O'-ben messék egymást, akkor a felület szükséges R görbületi sugarát a fenti képlettel számíthatjuk ki.

Ebből az egyenletből érdekes módon az is kitűnik, hogy ugyanez a lencse, ugyanezzel a görbületi sugárral más távolságok esetén is egyesíti a sugarakat, nevezetesen bármely olyan távolságpárra, amelyre vonatkozóan a reciprok távolságok összege, ahol az egyik reciprok távolság n-nel van beszorozva, állandó. Ily módon valamely adott lencse (ha csak a paraxiális sugarakra vagyunk tekintettel) nemcsak O-ból O'-be képezhet le, hanem ez a tulajdonsága végtelen számú más pontpárra is fennáll, amennyiben ezek a pontpárok kielégítik az $1/s + n/s' =$ *lencsére jellemző állandó* összefüggést.

Különösen érdekes az az eset, amikor $s \to \infty$. A képletből láthatjuk, hogy s növekedésével a másik távolság csökken. Más szóval, amikor az O pont eltávolodik, az O' közeledik, és fordítva. Amint az O pont halad a végtelen felé, az O' addig mozdul el – az üveg belsejében –, míg egy bizonyos *fókusztávolságnak* nevezett f' távolságra nem ér. Amennyiben a beeső sugarak párhuzamosak, a tengelyen f' távolságra találkoznak. Hasonlóképpen a dolgot fordítva is elképzelhetjük. (Emlékezzünk csak vissza a megfordíthatósági szabályra: ha a fény O-ból O'-be jut, az ellenkező irányban is haladhat: O'-ből O-ba jut.) Ha tehát a fényforrás az üvegben van, felmerül a kérdés: hol lesz a fókuszpont. Nevezetesen, ha a fényforrás az üvegen belül, a végtelenben van (voltaképp ugyanaz a feladat, mint az előbb), hova fognak fókuszálódni a sugarak? Ezt a távolságot f-nek nevezzük. Mindezt persze másképp is mondhatjuk: Ha a fényforrás f-ben van, akkor a fény a felületen áthaladva útját párhuzamos nyalábként folytatja. f és f' könnyen kiszámítható:

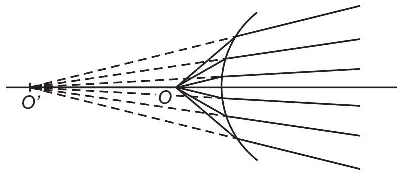
$$n/f' = (n-1)/R \quad \text{vagy} \quad f' = Rn/(n-1), \tag{27.4}$$

$$1/f = (n-1)/R \quad \text{vagy} \quad f = R/(n-1). \tag{27.5}$$

Érdemes felfigyelnünk valamire: ha mindkét fókusztávolságot a megfelelő törésmutatóval osztjuk, ugyanazt az eredményt kapjuk! Voltaképpen ez egy általános tétel. Bármely lencserendszerre igaz, függetlenül attól, hogy a lencserendszer mennyire bonyolult, tehát érdemes megjegyezni. Itt most nem bizonyítottuk be azt, hogy a tétel általánosan igaz – csupán egy felületre vonatkozóan állapítottuk meg –, de történetesen általánosan is igaz, hogy valamely optikai rendszer két fókusztávolsága ilyen módon van egymással összefüggésben. A (27.3) egyenletet némelykor a következő alakban írják föl:

$$1/s + n/s' = 1/f. \tag{27.6}$$

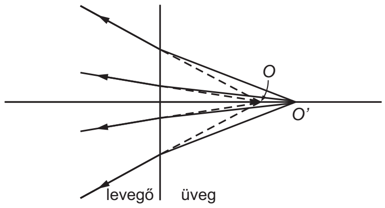
Ez sokkal használhatóbb, mint a (27.3) alak, mivel f mérése a lencse görbületének és törésmutatójának méréséhez képest sokkal könnyebben végezhető el. S ha nem érdekelnek különösebben a lencsetervezés és lencsekészítés titkai, hanem egyszerűen csak levesszük a lencsét a polcról, akkor a számunkra érdekes mennyiség nem az n, sem pedig az 1 vagy az R, hanem csakis az f.



27.3. ábra. Virtuális kép

Érdekes helyzet alakul ki akkor, ha s kisebb f-nél. Mi is történik ilyenkor? Ha $s < f$, nyilván $(1/s) > (1/f)$ és ezért s' negatív. Egyenletünk szerint tehát a fény – bármit is jelentsen s' – csakis s' negatív értékei esetén egyesülhet újra. Ennek pedig igen érdekes és igen határozott jelentése van: az, hogy a formula akkor is használható, amikor a benne szereplő mennyiségek negatívak (lásd a 27.3. ábrán). Az igaz marad, hogy az O-ból kiinduló sugarak a felületen megtörnek, de mivel az O pont olyan közel van a felülethez, hogy a sugarak „már túl vannak a párhuzamossági határon", ténylegesen nem metszik egymást. Úgy terjednek szét azonban, mintha egy, az *üvegen kívüli* O' pontból érkeznének. Ez a *látszólagos* vagy idegen szóval *virtuális kép*. A 27.2. ábrán levő O' kép viszont *valódi kép*. Valódi kép akkor keletkezik, ha a fény valóban áthalad a kérdéses ponton. De ha a fény az eredeti ponttól különböző *fiktív pontból látszik* jönni, akkor ez a fiktív pont virtuális kép lesz. Tehát ha s'-re negatív érték adódik, ez azt jelenti, hogy O' a felület másik oldalán van, és így minden a helyére kerül.

Tekintsük most azt az érdekes esetet, amikor $R = \infty$. Ilyen körülmények között $(1/s) + (n/s') = 0$, vagyis $s' = -ns$, ami azt jelenti, hogy ha sűrű közegből valamely vele szomszédos ritka közegben levő pontra tekintünk, akkor azt az utóbbi közegben n-szer mélyebben fekvőnek látjuk. Ugyanez az egyenlet fordított irányban is érvényes: ha egy sík felület mögötti sűrű közegben bizonyos távolságra levő tárgyra tekintünk, úgy tűnik, mintha a valóságosnál közelebb lenne (27.4. ábra).



27.4. ábra. A sík felülettel határolt sűrűbb közegben levő O' pontból érkező fényt az O pontból kiindulónak látjuk

Ha például egy fürdőmedence fenekét felülről szemléljük, az 3/4-szer kevésbé mélynek tűnik, mint a valóságban; az itt szereplő szorzótényező a víz törésmutatójának reciprok értéke.

Most áttérhetnénk a gömbtükör tárgyalására. Az elmondottak értelmében azonban ezt már maga az Olvasó is ki tudja dolgozni, ezért rábízzuk a gömbtükörre vonatkozó formula levezetését. De elöljáróban megemlítjük, hogy az itt szereplő távolságokra vonatkozóan célszerű megállapodni a következőkben:

1) Az s tárgytávolság pozitív, ha az O pont a felülettől balra helyezkedik el.

2) Az s' képtávolság pozitív, ha az O' pont a felülettől jobbra helyezkedik el.

3) A felület görbületi sugara pozitív, ha a középpont a felülettől jobbra esik.

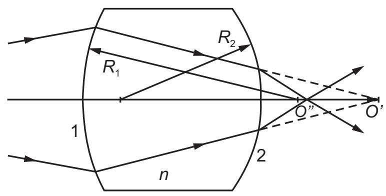
A 27.2. ábrán például s, s' és R pozitív mennyiségek; a 27.3. ábra elrendezésére s és R pozitív, de s' negatív. Ha konkáv (homorú) felületet választanánk, (27.3) továbbra is érvényes maradna, feltéve, hogy R-et negatív mennyiségnek tekintjük. A fenti megállapításokat felhasználva a tükörre vonatkozó formula levezetése során azt találja majd az Olvasó, hogy ha

$n = -1$-et helyettesít mindenütt a (27.3) egyenletbe (mintha a tükör mögötti anyagnak -1 volna a törésmutatója), akkor a tükörre helyes formulát kapja eredményül!

Noha a (27.3) formula levezetése a legrövidebb idő elvének felhasználásával egyszerű és elegáns, természetesen a Snellius-törvényből kiindulva is ugyanehhez a formulához jutunk, ha tekintetbe vesszük, hogy a szögek kicsik, és a szögek szinuszai magukkal a szögekkel helyettesíthetők.

27.3. A lencse fókusztávolsága

Térjünk most át egy másik nagyon gyakorlati kérdésre. A legtöbb felhasználásra kerülő lencsének nem egy, hanem két felülete van. Mennyiben változtat ez a helyzeten? Tegyük fel, hogy a két különböző görbületű felület közötti teret üveg tölti ki (27.5. ábra). Tanulmányozni szeretnénk az O pontból kiinduló fénynyaláb O' pontba fókuszálásának feladatát. Hogyan járjunk el? Először is – figyelmen kívül hagyva a második felületet – alkalmazzuk a (27.3) képletet az első felületre. Ebből azt fogjuk kapni, hogy az O-ból kibocsátott fény olyannak tűnik, mintha valamely más pontból, mondjuk az O'-ből a fókusztávolság előjelétől függően, szét- vagy összetartana. Oldjuk meg most a feladat második részét. Van egy másik felületünk is, az üveg és a levegő határán, amelyen a sugarak a bizonyos O' pont felé összetartó nyalábot képeznek. Hol fognak ezek végül is találkozni? Ismét felhasználjuk ugyanazt a képletet! Azt találjuk, hogy az O'' pontban találkoznak. Ily módon, ha szükséges, egymás után egyik felületről a másikra haladva s ugyanazt a formulát használva, az eljárást akár 75 felületen keresztül is folytathatjuk!

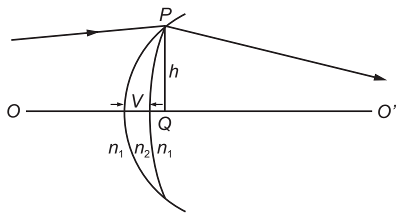


27.5. ábra. Képalkotás kétfelületű lencsével

Vannak persze még sokkal bonyolultabb képletek is, amelyek sok-sok munkától kímélhetnek meg bennünket életünk azon ritka óráiban, amikor valamely oknál fogva követnünk kell a fénysugár útját, mondjuk öt felületen keresztül. De ha már sor kerül rá, könnyebb nyomon követni a fényt öt felületen át, mint képletek sokaságát emlékezetben tartani, annál is inkább, mivel az is lehetséges, hogy soha, egyetlen felületen keresztül sem kell „fényt űznünk”...

Mindenesetre, a számolás alapelve a következő: amikor egy felületen áthaladunk, új körülményeket, új leképezési pontot találunk, s aztán a következő felületre vonatkozóan ezt a pontot tekintjük kiindulópontnak s. í. t. Tényleges számítás céljából, mivel a második felület inkább n és 1, mint 1 és n törésmutatójú közeget választ el, és mivel a legtöbb optikai rendszer többfajta, $n_1, n_2, \ldots$ törésmutatójú üveget tartalmaz, a (27.3) képletet általánosítani kell olyan esetre, amikor két különböző, n_1 és n_2 törésmutató szerepel. Nem nehéz megmutatni, hogy (27.3) általános alakja:

$$(n_1/s) + (n_2/s') = (n_2 - n_1)/R. \tag{27.7}$$



27.6. ábra. Vékony lencse két pozitív görbületi sugárral

Különösen egyszerű az a speciális eset, amikor a két felület nagyon közel van egymáshoz – olyan közel, hogy a véges vastagság miatti pontatlanságokat elhanyagolhatjuk. A 27.6. ábrán látható lencsével kapcsolatban a következő kérdést tehetjük fel: milyen feltételeket kell a lencsének teljesítenie, hogy az O-ból érkező fényt O'-be egyesítse? Tegyük fel, hogy a fénysugár pontosan a lencse szélén levő P pontra esik. Ekkor – egyelőre elhanyagolva az n_2 törésmutatójú üveg V vastagságát – az OPO' útra vonatkozó többletidő $(n_1h^2/2s) + (n_1h^2/2s')$-nek adódik. Mármost, hogy az egyenes vonalú útra vonatkozó idő az OPO' útra vonatkozóval egyenlő legyen, a lencse közepének olyan V vastagságúnak kell lennie, hogy az ezen való áthaladás során keletkező idővesztéség éppen kompenzálja a fenti időtöbbletet. Tehát a lencse közepének V vastagságát a következő összefüggés szolgáltatja:

$$(n_1h^2/2s) + (n_1h^2/2s') = (n_2 - n_1)V. \tag{27.8}$$

V-t felírhatjuk a két felület R_1 és R_2 sugarának kifejezéseként is. Tekintetbe véve 3) megállapodásunkat (lásd 34. old.), az $R_1 < R_2$ (domború lencse) esetre azt találjuk, hogy

$$V = (h^2/2R_1) - (h^2/2R_2). \tag{27.9}$$

Ezért végül is az adódik, hogy

$$(n_1/s) + (n_1/s') = (n_2 - n_1)(1/R_1 - 1/R_2). \tag{27.10}$$

S itt ismét megjegyezzük, hogy amikor az egyik pont (s') a végtelenben van, a másik pont a fókusztávolságnak nevezett f távolságra helyezkedik el. Az f fókusztávolságot az

$$1/f = (n-1)(1/R_1 - 1/R_2) \tag{27.11}$$

összefüggés adja meg, ahol $n = n_2/n_1$.

Az ellenkező esetben, amikor s tart a végtelenhez, s' az f' fókusztávolsággal lesz egyenlő. Esetünkben a fókusztávolságok egyenlők. (Itt tehát egy másik speciális esetével találkozunk azon általános szabálynak, mely szerint a két fókusztávolság aránya annak a két közegnek törésmutatójának az arányával egyenlő, amelyben a sugarak „fókuszálódnak". A mi optikai rendszerünkben mindkét törésmutató – az első és az utolsó – azonos, tehát a két fókusztávolság egyenlő.)

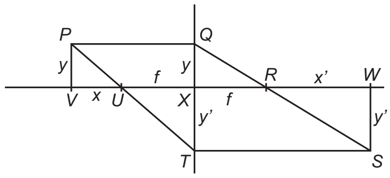
Egyelőre figyelmen kívül hagyjuk a fókusztávolságra vonatkozó formulát. Lencsét vásárolunk, amelyet valaki általunk ismeretlen görbületi sugárral és törésmutatóval tervezett. A fókusztávolságot egyszerűen meg tudjuk mérni úgy, hogy megfigyeljük, hol fókuszálódnak egy végtelenben levő forrásból jövő fénysugarak. Az f fókusztávolság ismeretében egyenletünk kényelmesebben kezelhető közvetlenül a fókusztávolsággal kifejezett alakjában:

$$(1/s) + (1/s') = 1/f. \tag{27.12}$$

Nézzük meg most, hogy ez a formula hogyan „működik"; és különböző körülmények esetén mit tartalmaz. Először is azt tartalmazza, hogy ha s vagy s' közül valamelyik végtelen, a másik f-fel egyenlő. Ez azt jelenti, hogy párhuzamos fénynyaláb f távolságra fókuszálódik, ami gyakorlatilag *meg is határozza* f-et. Érdekes az is, hogy mindkét pont ugyanabba az irányba mozog. Ha pl. az egyik elmozdul jobbra, akkor a másik is ugyanazt teszi. Végül, ha s és s' egyenlő, akkor mindkettő egyenlő $2f$-fel. Más szóval, szimmetrikus elrendezés esetén azt találjuk, hogy mindkét pont $2f$ távolságra van a lencsétől.

27.4. Nagyítás

A leképezést eddig csak az optikai tengelyen fekvő pontokra nézve tárgyaltuk. Most szó lesz olyan tárgyak leképezéséről is, amelyek nem pontosan a tengelyen, hanem attól kis távolságra helyezkednek el; ez hozzásegít bennünket a *nagyítás* tulajdonságainak megértéséhez. Ha kis izzószál fényét lencse segítségével egy ernyőn egyesítjük, azt vesszük észre, hogy az ernyőn az izzószál „képe" jelenik meg, de az eredetihez viszonyítva kisebb vagy nagyobb méretben. Ebből arra kell következtetnünk, hogy az izzószál *minden egyes pontjára* érvényes, hogy a belőlük kiinduló fénysugarak újra egyesíthetők. Hogy ezt egy kissé jobban megértsük, vizsgáljuk meg a 27.7. ábrán vázolt vékony lencsét.



27.7. ábra. Vékony lencse képalkotásának geometriája

A következő tények ismeretesek:

1. Valamely lencse egyik oldalán az optikai tengellyel párhuzamosan belépő bármely fénysugár a másik oldalon, a lencsétől f távolságra fekvő pont, az ún. fókuszpont felé folytatja útját.

2. Valamely lencse egyik oldalán levő fókuszpontból a lencsére érkező bármely fénysugár a másik oldalon, az optikai tengellyel párhuzamosan lép ki.

Mindössze ennyi szükséges a (27.12) képlet geometriai bizonyításához. Legyen valamely y magasságú tárgy x távolságra a fókuszponttól. Tudjuk, hogy az egyik sugár, nevezetesen a PQ, úgy törik meg a lencsén, hogy a túloldalán áthalad az R fókuszponton. Ha a lencse egyáltalán újra egyesíti a P-ből érkező fényt, kideríthetjük, hová képezi le azt, ha meghatározzuk egy tetszőleges másik sugár útját, mivel az új találkozási pont ott lesz, ahol a két sugár metszi egymást. Egy kis ötletességgel meg is találjuk ennek a *második* sugárnak a pontos irányát. Emlékezzünk csak, hogy az optikai tengellyel párhuzamos sugár a fókuszponton megy át, és *fordítva:* a fókuszponton áthaladó fénysugár az optikai tengellyel párhuzamosan lép ki! Ezért az U ponton keresztülhaladó PT sugarat húzzuk meg. (Igaz, a ténylegesen leképező sugarak sokkal közelebb haladnak a tengelyhez, ill. sokkal kisebb szöget zárnak be vele, mint az a kettő, amit felrajzoltunk, de az előbbieket nehezebb ábrázolni, úgyhogy maradjunk inkább ennél a sugármenetnél.) Mivel ennek a sugárnak a tengellyel párhuzamosan kell a lencséből kilépnie, a TS sugarat az XW-vel párhuzamosan rajzoljuk. A keresett pont az S metszéspont lesz. Ez adja a szükséges magasságot és a helyes távolságot. A magasságot jelöljük y'-vel, a fókuszponttól való távolságot pedig pedig x'-vel. Most már levezethetünk a lencsére egy formulát. A hasonló PVU és TXU háromszögeket figyelembe véve azt kapjuk, hogy

$$\frac{y'}{f} = \frac{y}{x}. \tag{27.13}$$

Az SWR és QXR háromszögekből

$$\frac{y'}{x'} = \frac{y}{f} \tag{27.14}$$

adódik. Mindkettőt y'/y-ra megoldva azt találjuk, hogy

$$\frac{y'}{y} = \frac{x'}{f} = \frac{f}{x}. \tag{27.15}$$

A (27.15) egyenlet a lencsékre vonatkozó híres formula, tartalmazza mindazt, amit a lencsékről tudnunk kell. Az y'/y nagyítást megadja a távolságok és a fókusztávolságok kifejezéseként. Az x és x' távolságokat összekapcsolja f-fel:

$$xx' = f^2, \tag{27.16}$$

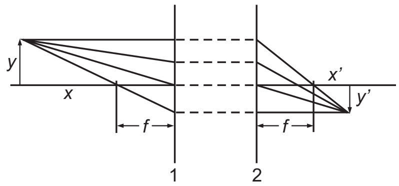
s ez az alak a (27.12) egyenletnél sokkal alkalmasabb gyakorlati számításokra. Az Olvasóra bízzuk annak bizonyítását, hogy az $s = x + f$ és az $s' = x' + f$ jelöléseket bevezetve, a (27.12) egyenlet megegyezik a (27.16)-tal.

27.5. Lencserendszerek

Levezetés nélkül, röviden vázolni fogjuk a lencserendszerekre vonatkozó általános eredményt. Hogyan lehet több lencséből álló lencserendszert vizsgálni? Nagyon egyszerűen. Kiindulásul kiválasztunk valamilyen tárgyat, majd a (27.16) vagy a (27.12), vagy bármely megfelelő összefüggés, ill. grafikus ábrázolás segítségével meghatározzuk, hogy a tárgyat az első lencse hová képezi le. Így kapjuk meg az első képet. Ezt azután a következő lencsére vonatkozóan forrásnak tekintjük; a második – tetszőleges fókusztávolságú – lencsével ismét egy képet kapunk. Így folytathatjuk az eljárást, egymás után sorra véve a lencséket. Voltaképp ennyi az egész. Az eljárás lényegében semmi újat nem tartalmaz, tehát részletekbe nem bocsátkozunk. Nagyon érdekes azonban, ha a fény a lencserendszerbe való belépés előtt és kilépés után ugyanazon közegben – mondjuk levegőben – halad. Bármely optikai eszköznek – legyen az akárhány lencséből és tükörből álló teleszkóp vagy mikroszkóp – érdekes tulajdonsága: létezik két sík, a rendszer ún. *fősíkjai* (a síkok gyakran meglehetősen közel helyezkednek el az első, ill. az utolsó lencse külső felületeihez), amelyeknek a következő tulajdonságai vannak:

1) Ha párhuzamos fénynyaláb érkezik a lencserendszer egyik oldalára, akkor a fény a másik oldalon a *második* fősíktól olyan távolságra levő fókuszpontba gyűlik össze, mint amekkora fókusztávolsága lenne a lencserendszert helyettesítő, s a második fősíkban elhelyezett vékony lencsének.

2) Ha a párhuzamos fénynyaláb a másik oldalról érkezik, akkor az *első* fősíktól ugyanolyan f távolságra gyűlik össze, mintha ott ugyancsak egy vékony lencse lenne (lásd a 27.8. ábrát).



27.8. ábra. Az optikai rendszer fősíkjai

Magától értetődik, hogy ha az x és x', valamint az y és y' távolságokat ugyanúgy vesszük fel, mint korábban, a vékony lencsékre vonatkozó (27.16) formula érvényes marad, de a fókusztávolságokat nem a lencse közepétől, hanem a fősíkoktól kell mérni. Vékony lencsék esetén a fősíkok egybeesnek. A lencserendszereknél viszont a helyzet olyan, mintha egy vékony lencsét középen kettévágnánk, a féllencséket egymástól eltávolítanánk, és egyszerűen nem vennénk figyelembe, hogy két különálló részről van szó. Minden bejövő fénysugár azon nyomban ki is lép a második sík másik oldalán! A fősíkok helye és a fókusztávolság vagy kísérlettel, vagy számítással határozható meg; s ezzel már be is fejeztük az optikai rendszer összes tulajdonságainak leírását. Nagyon érdekes, hogy végső soron a nagy, bonyolult optikai rendszerekre kapott eredményünk nem is olyan bonyolult.

27.6. Lencsehibák

Mielőtt túlságosan fellelkesülnénk azon, hogy milyen csodálatosak is a lencsék, sürgősen beszélnünk kell komoly hiányosságaikról is, amelyeket eddig nem említettünk, hiszen a tengely közelébe eső – paraxiális – sugarakra korlátoztuk vizsgálatunkat. Általában semmilyen valódi, tehát véges vastagságú lencse sem mentes az ún. *lencsehibáktól* (aberrációktól). Például a tengely mentén haladó sugár nyilván átmegy a fókuszponton, a tengelyhez nagyon közeli sugár is mindig átmegy rajta. Minél távolabb halad azonban a fénysugár a tengelytől, annál inkább elkerüli a fókuszpontot; a lencse széleihez közel eső fénysugár a fókusztól már meglehetősen távol halad el! Pontszerű kép helyett így elmosódott képet kapunk. Az effektust *gömbi eltérésnek* (vagy szférikus aberrációnak) nevezik, mivel a megfelelő alakú felület helyett használt gömbfelület következménye. Ezt bármely adott tárgytávolságra vonatkozóan orvosolni lehet a lencsefelület alakjának megváltoztatásával, esetleg több lencse felhasználásával, melyeket úgy rendeznek el, hogy az egyes lencsék aberrációi egymást kiegyenlítsék.

A lencsék másik hibája: a különböző színű fénynek különböző a sebessége, azaz az üvegben különböző a törésmutatója, ezért egy adott lencse fókusztávolsága is különböző színekre különböző lesz. Tehát ha egy fehér foltot képezünk le, a kép színes lesz, ui. bár a vörös fényt egy pontban egyesítjük, a kék fénysugarak ezen képponton kívül metszik egymást, és fordítva. A lencséknek ezt a tulajdonságát *színi eltérésnek* (vagy kromatikus aberrációnak) nevezik.

Egyéb hibák is vannak. Ha a tárgy nem a tengelyen helyezkedik el, a leképezés – amint a tárgy elég távolra kerül a tengelytől – valójában már nem tökéletes. A legkönnyebben ezt oly módon lehet igazolni, hogy egy lencsével képet állítunk elő, majd elfordítjuk a lencsét úgy, hogy a beeső fénysugarak az optikai tengellyel nagy szöget zárjanak be. Ekkor a keletkezett kép általában eléggé elmosódott lesz, és megtörténhet, hogy egyáltalán nem lesz olyan hely, ahová a lencse jól képezne le. A lencséknek tehát számos hibájuk van, amelyeket az optikusok több, egymás hibáit kompenzáló lencse beépítésével igyekeznek kiküszöbölni.

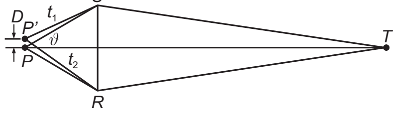
Mekkora körültekintéssel kell eljárnunk, hogy az aberrációkat kiküszöbölhessük? Lehet-e vajon tökéletes optikai rendszert készíteni? Tegyük fel, sikerült egy tökéletesen egy pontba fókuszáló optikai rendszert építeni. Mármost tudunk-e találni – a legrövidebb időre alapozott érveléssel – egy olyan feltételt, mely kifejezi, hogy a rendszernek mennyire kell tökéletesnek lennie? A rendszernek mindig van valamilyen véges méretű nyílása, amelyen keresztül a fény belép. Tökéletes optikai rendszer esetén a fókuszba érkező – a tengelytől akár legtávolabb eső – sugarakra vonatkozó terjedési idők pontosan egyenlők. Azonban semmi sem abszolút tökéletes, ezért kérdéses: a szélső sugár terjedési ideje milyen észszerű határon belül térhet el a tengelyhez közeli sugarak terjedési idejétől, hogy tovább már ne legyen érdemes korrigálni? Ez attól függ, hogy mennyire tökéletes képet szeretnénk kapni. Tételezzük azonban fel, hogy oly tökéleteset, amilyent egyáltalán kapni lehet. Ekkor nyilván első pillantásra úgy tűnik, olyan elrendezést kell megvalósítanunk, amelynél a sugarak terjedési ideje közötti különbség a lehető legkisebb. Valójában azonban nem ez a helyzet; létezik bizonyos határ, amelyen túl a pontosság további növelése már értelmetlen, ugyanis a geometriai optika módszere ott már érvényét veszíti!

Emlékeztetünk arra, hogy a legrövidebb idő elve az impulzus- vagy az energiamegmaradás elvétől eltérően nem egy pontosan megfogalmazott elv, hanem csak *közelítés.* Ezért fontos megtudnunk, milyen nagyságú hibát lehet megengedni, hogy ne következzék be észrevehető változás. *Válasz:* Ha sikerült olyan elrendezést létrehozni, hogy a legszélső – vagyis a legrosszabb helyzetű, a tengelytől legtávolabb eső – sugár és a központi sugár terjedési ideje közötti különbség a fény rezgési periódusa körüli értéknél kisebb, akkor a pontosság további fokozása értelmetlen. A fény egy meghatározott frekvenciájú rezgési folyamat, frekvenciája és hullámhossza szoros kapcsolatban van. Ha sikerült elérnünk, hogy a különböző sugarak terjedési ideje közötti különbség a periódusidőnél kisebb vagy akörül van, akkor az idők egyenlővé tételének további finomítása már semmi haszonnal sem jár.

27.7. Felbontóképesség

Ugyancsak érdekes, minden optikai eszköznél fontos technikai kérdés: mekkora a *felbontóképesség.* Mikroszkóppal teljes egészében, minden részletében szeretnénk látni a vizsgálandó tárgyakat. Ez azt jelenti például, hogy egy mindkét végén foltos baktérium vizsgálatakor a két foltot valóban *külön-külön* szeretnénk látni a nagyított képen. Azt gondolhatnánk, hogy ehhez csak elegendő nagyítást kell biztosítani, a rendszert mindig bővíthetjük egy-egy további lencse hozzáadásával, s így fokról fokra növelhetjük a nagyítást. Továbbá, a tervezők találékonysága az összes gömbi és színi eltérést kiküszöbölheti, és nincs semmilyen indok arra, miért ne tudnánk folytatni a kép nagyítását tetszőleges méretekre. A mikroszkópos vizsgálat korlátozottsága tehát nem azzal kapcsolatos, hogy lehetetlen lenne 2000-szeres nagyításnál nagyobb nagyítású lencsét készíteni. Akár 10 000-szeres nagyítású lencserendszert is készíthetünk, *mégsem* tudunk két egymáshoz túl közel fekvő pontot külön-külön szemlélni, mivel maga a geometriai optika korlátozott érvényű, s mivel a legrövidebb idő elve sem „pontos”.

A különböző sugarak terjedési idejével kapcsolatos az a nagyon elegáns módszer, amelynek segítségével szabályt lehet adni: milyen távol kell lenni egymástól két pontnak, hogy a képen különálló pontokként jelenjenek meg. Tegyük most fel, hogy az aberrációktól eltekintünk, és képzeljük el, hogy valamely P pontról (27.9. ábra) érkező összes sugárnak a T leképezési pontig való terjedési ideje pontosan azonos. (Ez ugyan nem igaz, hiszen a rendszer nem tökéletes, de ez már más kérdés.) Tekintsünk most egy



27.9. ábra. Az optikai rendszer felbontóképessége szomszédos P' pontot, és nézzük meg, vajon ennek a képe különbözik-e T-től. Más szóval: tudunk-e a két kép között különbséget tenni? A geometriai optika szerint természetesen két képnek kellene létrejönnie, amit azonban látunk, az elég elmosódott is lehet, nem állíthatjuk, hogy valóban két pontból áll. Annak feltétele, hogy a második pont az elsőtől határozottan megkülönböztethető helyre képződjék le: a lencserendszer nagy nyílásának mindkét szélén a P'-ből az első pont leképezési helyéig haladó szélső $P'ST$ és $P'RT$ sugarakra vonatkozó terjedési időknek *nem szabad* egyenlőknek lenniük az első pontra vonatkozó megfelelő időkkel. Miért? Mert ha az idők egyenlők volnának, P és P' pontok *ugyanabba a pontba* képződnének le. Tehát az idők nem lehetnek egyenlők. Mennyire kell azonban különbözniük, hogy azt mondhassuk, a sugarak *nem* képződnek le közös pontba, vagyis a képen a két pontot meg tudjuk különböztetni? Bármely optikai eszköz felbontóképességére általános szabály a következő: Két különböző pontforrást csak akkor lehet felbontani, ha az egyik forrás olyan pontba képződik le, hogy a másik forrásból e pontba érkező szélső sugarakra vonatkozó terjedési időket a saját, valódi képpontjukba érkezőkével összehasonlítva, több mint egy periódus a különbség. Ehhez az szükséges, hogy az idegen képpontba érkező felső és alsó sugár terjedési ideje közötti különbség bizonyos értéknél, nevezetesen a fény rezgési periódusa körüli értéknél nagyobb legyen:

$$t_2 - t_1 > \frac{1}{\nu}, \tag{27.17}$$

ahol ν a fény frekvenciája (a másodpercenkénti rezgések száma, vagy a fény sebessége osztva a hullámhosszal). Ha a két pont közötti távolságot D-vel, a lencse nyílásszögét – azaz annak a szögnek a felét, amely alatt a lencse a P pontból látható – ϑ-val jelöljük, megmutatható, hogy a (27.17) egyenlőtlenség pontosan egyenértékű azzal az állítással, hogy D-nek nagyobbnak kell lennie $\lambda/n \sin\vartheta$-nál, ahol n a törésmutató a P pontban és λ a hullámhossz. A legkisebb látható tárgyak mérete ezért fényhullámhossz nagyságrendű. Teleszkópokra szintén létezik egy képlet, mely meghatározza a még megkülönböztethető két csillag közötti szögtávolságot.[1]

[1] Ennek a szögnek az értéke körülbelül λ/D, ahol D a lencseátmérő. Miért?

28. fejezet

Elektromágneses sugárzás

28.1. Elektromágnesség

A fizika fejlődésének legdrámaibb fordulatai azok, amikor a nagy szintézisek végbemennek, amikor különbözőknek látszó jelenségekről hirtelen kiderül, hogy voltaképpen egyazon folyamat különböző megnyilvánulásai. A fizika története ilyen szintézisek története, s a fizikai tudomány sikerének alapja az, hogy *képesek* vagyunk ilyen szintézisekre.

A fizika 19. századi fejlődésének talán legdöntőbb pillanata az volt, amikor 1860-ban egy szép napon J. C. Maxwell az elektromosság és a mágnesség törvényeit összekapcsolta a fény viselkedésének törvényeivel. Ennek eredményeképpen sikerült részben megmagyarázni a fény tulajdonságait – a fényét, amely ősidők óta finom, rejtélyes szubsztancia volt, olyan fontos, hogy a világ teremtéséről szóló fejezetben a bibliaírók külön aktusként írták meg a fény teremtését. Maxwell nagy jelentőségű felfedezése után elmondhatta volna: „Legyen elektromosság és mágnesség, s akkor lesz fény is!”

Ezt a fejlődési csúcspontot egy hosszú előkészítő időszak, az elektromosság és mágnesség tövényeinek fokozatos feltárása előzte meg. A történet részleteire néhány későbbi kötetben még visszatérünk. Röviden összefoglalva: Az elektromosság és mágnesség, a vonzó és taszító elektromos és mágneses erők fokozatosan felfedezett tulajdonságai azt mutatták, hogy noha ezek az erők igen bonyolultak, mindegyik a távolság négyzetével fordított arányban csökken. Tudjuk például, hogy a stacionárius töltésekre vonatkozó egyszerű Coulomb-törvény szerint az elektromos erőtér a távolság négyzetével fordítottan arányos. Ennek következtében elég nagy távolságok esetén valamely töltésrendszer csak igen kis hatást gyakorol egy másikra. Maxwell megjegyezte, hogy az eddig felfedezett egyenletek vagy törvények kölcsönösen ellentmondóaknak bizonyultak, amikor megpróbálta őket rendszerbe állítani. Hogy az egész rendszer ellentmondásmentes legyen, még egy tagot kellett egyenletéhez hozzáadnia. Ezzel az új taggal egy meglepő jóslat megfogalmazása járt együtt: az elektromos és mágneses tér egy részének sokkal lassabban kell csökkennie, mint a távolság négyzetének reciproka, mégpedig a távolság első hatványával fordítottan! Ebből Maxwell arra következtetett, hogy adott helyen folyó elektromos áramok hatást tudnak gyakorolni más, tőlük messze levő töltésekre, s megjósolta a ma már jól ismert jelenségeket, mint például a rádióátvitelt, radart stb.

Szinte csodának tűnik, hogy – pusztán elektromos hatások révén – valakinek a hangját, aki Európában beszél, több ezer kilométerrel távolabb, Los Angelesben is hallani lehet. Hogyan lehetséges ez? A magyarázat az, hogy a terek nem a távolság négyzetének, hanem első hatványának reciprokával arányosan csökkennek. Végül aztán magáról a fényről is kiderítették, hogy tulajdonképpen atomi elektronok csaknem hihetetlen gyors rezgései által létrehozott, óriási távolságokra kiterjedő elektromos és mágneses hatás. Mindezeket a jelenségeket a *sugárzás* vagy pontosabban – mivel a sugárzásnak még létezik egy-két fajtája – az *elektromágneses sugárzás* szóban foglaljuk össze. A sugárzás szó azonban csaknem mindig elektromágneses sugárzást jelent.

Íme, ez köti össze a világot. Egy távoli égitest atomi mozgásainak ilyen nagy távolságra is elegendő a hatása ahhoz, hogy szemünkben az elektronokat mozgásba hozza – így tudomást szerzünk az égitestről. Ha ez a törvény nem létezne, akkor a külvilág – a szó betű szerinti értelmében – sötét lenne számunkra! És egy ötmilliárd fényévre levő galaxisban – ez a máig ismert legtávolabbi objektum[1] – végbemenő elektromos „vihar" még észrevehető áramokat tud gerjeszteni a rádióteleszkóp óriás „tányérjában". Ez tehát a magyarázata, hogy látjuk a távoli csillagokat és galaxisokat.

Ilyen csodálatra méltó jelenségekről szól ez a fejezet. Első kötetünk elején felvázoltuk a világ általános képét, azonban most már felkészültebbek vagyunk ahhoz, hogy mélyebben is megértsük. Visszakanyarodva az általános képhez, néhány jelenséget részletesebben tárgyalunk. Kezdjük a fizika 19. század végi helyzetének leírásával. Mindaz, amit akkor az alapvető törvényekről tudtak, a következőkben foglalható össze.

Először is ismeretesek voltak az erőtörvények: az általunk is már több ízben leírt gravitációs törvény, mely szerint valamely M tömegű tárgy által egy m tömegre gyakorolt erő:

$$\mathbf{F} = GmM\mathbf{e}_r/r^2, \tag{28.1}$$

ahol $\mathbf{e}_r$ az m-től M felé mutató egységvektor, r pedig a köztük levő távolság.

Másodszor: az elektromosság és mágnesség törvényeit a 19. század végén ilyen alakban ismerték: a q töltésre ható elektromos erőket az **E**-

[1] A 2018-ig felfedezett galaxisok közül a legtávolabbinak tekintett GN-z11 jelzésűtől a fény 13,39 milliárd fényévet tett meg a földi észlelésig. A Világegyetem tágulása miatt ez az objektum jelenleg nagyjából 32 milliárd fényévre van tőlünk. *(A szakmai lektor megjegyzése.)*

nek és **B**-nek nevezett terek, valamint a q töltés $\mathbf{v}$ sebessége írják le a következő egyenlet szerint:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \tag{28.2}$$

Ezt a törvényt ki kell egészíteni **E**-re és **B**-re vonatkozó formulákkal: több töltés jelenléte esetén **E** és **B** az egyes töltések járulékainak összege. Ha tehát egyetlen töltés által létrehozott **E** és **B** értéke számolható, akkor csupán a világegyetem összes töltése által keltett hatásokat kell összeadnunk ahhoz, hogy **E** és **B** teljes értékét megkapjuk! Ez a szuperpozíció elve.

S most hogyan kapjuk meg az egyetlen töltés által létrehozott elektromos és mágneses térre vonatkozó képletet? Kiderül, hogy ez igen bonyolult lenne, s bevezetése sok-sok fáradságot és finom bizonyítási eljárást kívánna. De nem is ez a célunk. Mindössze azért írtuk fel a törvényt, hogy mintegy felvillantva az Olvasó előtt a természet szépségét, megmutassuk, hogy az összes alapvető törvényt – a már megismert jelölésekkel – fel lehetne sorakoztatni akár egyetlen könyvoldalon. Az egyedi töltés terére vonatkozó törvény, legalábbis mai ismereteink szerint – a kvantummechanikai effektusoktól eltekintve – teljes és pontos, de meglehetősen bonyolult alakú. Minden részletében most nem vezetjük le, pusztán felírjuk, hogy az Olvasó legalább közelítőleg megismerkedhessék vele. Az elektromosság és mágnesség pontos törvényeinek leírására tulajdonképpen nem az a *leghasznosabb* mód, ahogyan most fogunk eljárni, hanem az, amelyik a *téregyenletekkel* kapcsolatos (később róluk is lesz szó). Mivel a téregyenletekhez új fogalmak és matematikai jelölések bevezetésére lenne szükség, a törvényt most inkább számolásra kényelmetlen alakban, de a már ismert jelölésekkel írjuk fel.

Az **E** elektromos teret a következő kifejezés írja le:

$$\mathbf{E} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{\mathbf{e}_{r'}}{r'^2} + \frac{r'}{c}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mathbf{e}_{r'}}{r'^2}\right) + \frac{1}{c^2}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\mathbf{e}_{r'}\right]. \tag{28.3}$$

Mit jelentenek a különböző tagok? Tekintsük az elsőt: $\mathbf{E} = -q\mathbf{e}_{r'}/4\pi\varepsilon_0 r'^2$. Ez a már ismert Coulomb-törvény: q a teret létrehozó töltés, $\mathbf{e}_{r'}$ abból a P pontból húzott egységvektor, ahol az **E**-t mérjük, és r' a P pont távolsága q-tól. A Coulomb-törvény azonban nem pontos. A 19. század felfedezései megmutatták, hogy a hatások nem tudnak egy bizonyos alapvető c sebességnél gyorsabban terjedni – amelyet ma fénysebességnek nevezünk. Nem igaz, hogy az első tag a Coulomb-törvény, nemcsak azért, mert nem lehet tudni, hogy hol és milyen távol van *most* a töltés, de azért sem, mert az egyetlen, ami a teret adott helyen és időben befolyásolni tudja, az a töltés *múltbeli* viselkedése. De *milyen régen* a múltban? Az időkésés vagy ún. *retardált idő* az az idő, amely alatt a töltéstől c sebességgel a P pontba lehet jutni. A késés tehát r'/c.

Hogy figyelembe vegyük az időkésést, kis vesszőt teszünk az r-re, és r' alatt a q töltésnek a P ponttól való távolságát értjük *abban a pillanatban*, amikor a P-be most érkező információ éppen elhagyta q-t. Tételezzük fel egy pillanatra, hogy a töltés fényjelet hordozott, s hogy a fény P-be csak c sebességgel érkezhetett. Tehát q-t nem azon a helyen kell látnunk, ahol most van, hanem ahol *volt* bizonyos idővel korábban. Összefüggésünkben az $\mathbf{e}_{r'}$ látszólagos irány – az ún. *retardált irány* – és az r' retardált távolság szerepel. Ezt szintén elég könnyű lenne megérteni, ám ez még korántsem minden. Az egész sokkal bonyolultabb.

A (28.3) kifejezésben van még néhány további tag is. A következő tag – nagyon durván fogalmazva – olyan, mintha a természet megpróbálna tekintettel lenni arra, hogy az előbbi hatás retardált. Azt sugallja, hogy ki kell számítanunk a késleltetett Coulomb-teret s hozzáadnunk egy korrekciós tagot, azaz a késleltetett Coulomb-tér változási sebességének és az időkésésnek a szorzatát. Úgy látszik, mintha a természet azáltal, hogy a változás sebességét megszorozza az időkéséssel, megpróbálná kitalálni, milyen érték felé tart jelenleg a tér. De még nem végeztünk. Itt a harmadik tag: a töltés irányába mutató egységvektor t szerinti második deriváltja. S végre *készen* áll a formula; ezzel egy tetszőleges mozgó töltés által létrehozott elektromos térre vonatkozóan minden tagot figyelembe vettünk.

A mágneses teret a következő összefüggés adja meg:

$$\mathbf{B} = -\mathbf{e}_{r'} \times \mathbf{E}/c. \tag{28.4}$$

Mindezeket azért írtuk le, hogy megmutassuk a természet szépségét, vagy bizonyos értelemben a matematika hatalmát. Őszintén be kell vallanunk azonban, meg sem merjük próbálni megmagyarázni, *miért* lehet ily sokat tartalmazó képletet ilyen kis helyen leírni. Hiszen a (28.3) és (28.4) képlet tartalmazza az elektromos generátor működésének elvét, ugyanakkor a fény viselkedésének törvényeit, egyszóval az elektromosság és mágnesség minden jelenségét. Természetesen e kép teljessé tételéhez szükséges, hogy tudjunk valamit a felhasznált anyagfajták viselkedéséről – az anyag tulajdonságairól – is, amit a (28.3) egyenlet nem vesz figyelembe.

Befejezve a 19. századi világkép rövid leírását, még egy nagy jelentőségű elméleti általánosításról kell megemlékeznünk, amelyben Maxwellnek is nagy része volt: a hőjelenségek és a mechanika szintéziséről. Ezt a témakört hamarosan tárgyalni fogjuk.

A fenti kép a 20. században még kiegészült a következőkkel: a Newton-féle dinamikai törvények helyteleneknek bizonyultak, s ezek korrigálására be kellett vezetni a kvantummechanikát. A Newton-törvények megfelelő nagy méretek esetén közelítőleg érvényesek. Nemrégiben a kvantummechanikai törvények és az elektromosság törvényeinek egyesítése révén kialakultak a *kvantum-elektrodinamika* törvényei.[2] Továbbá egy sor új jelenséget fedeztek fel, s ezek közül is a legelső a radioaktivitás, amelyet Becquerel 1898-ban, a 20. század előestéjén fedezett fel. A radioaktivitás jelenségének kutatása nyomán azután sok új felfedezés született: atommagokról és új típusú – nem gravitációs és nem elektromos – kölcsönhatásokról, az eddig ismertektől különböző kölcsönhatásokban álló új részecskékről. Ezen jelenségek magyarázata még nem teljes.

A nagyon igényes olvasókra is számítva – elvégre szigorú professzorok kezébe is eljuthat ez a könyv – meg kell mondanunk, hogy nem voltunk egészen precízek, amikor azt állítottuk, hogy a (28.3) összefüggés minden elektrodinamikai ismeretünket tartalmazza. Volt egy kérdés, amire a 19. század végén még nem sikerült teljes mértékben válaszolni. Ha megpróbáljuk kiszámítani az összes töltéstől – *beleértve azt a töltést is, amelyre a térnek kell majd hatnia* – eredő teret, akkor nehézségek merülnek fel; a képletekben ugyanis fellép a töltés önmagától való távolsága, s ha ezzel osztást kell végeznünk, zavarba kerülünk, hiszen ez a távolság zérus. Mindmáig megoldatlan probléma, hogy miként kezeljük a térnek éppen azon töltés által keltett részét, amelyre a tér hatását ki akarjuk számítani. Nem foglalkozunk ezzel a kérdéssel; a rejtélynek még nincs meg a teljes megoldása, inkább elkerüljük, ameddig csak lehetséges.

28.2. Sugárzás

A világról alkotott összefoglaló kép segítségével most térjünk át a sugárzásnak nevezett jelenség vizsgálatára. Ehhez ki kell szemelnünk a (28.3) egyenletnek azt a részét, amely a távolsággal (és nem a távolság négyzetével!) fordítottan arányos. S mikor végül rátalálunk erre a tagra, kiderül, hogy olyan egyszerű alakú, hogy ha a mozgó töltés által nagy távolságban keltett elektromos tér „törvényének” tekintjük, az optikát és az elektrodinamikát akár elemi szinten is tárgyalhatjuk. Átmenetileg bizonyítás nélkül elfogadjuk ezt a törvényt, részletesen majd később foglalkozunk vele.

A (28.3) összefüggés első tagja nyilvánvalóan a távolság négyzetével fordítottan arányos, a második tag csupán a késésre vonatkozó korrekció,

[2] Megalkotásáért 1965-ben Nobel-díjjal jutalmazták R. P. Feynmant, J. Schwingert és S.-I. Tomonagát. *(A szakmai lektor megjegyzése.)*

úgyhogy könnyű belátni: ez a tag is a távolság négyzetének reciprokával változik. A bennünket érdeklő hatások a harmadik, végső soron nem túlságosan bonyolult tagtól származnak.

A harmadik tag mondanivalója ez: Nézzetek a töltésre, és jegyezzétek meg az egységvektor irányát (a töltés felé mutató vektor végpontjának mozgását egy egységgömb felületére vetíthetjük). A töltés elmozdulásainak megfelelően az egységvektor ide-oda mozgást végez, s *ennek az egységvektornak a gyorsulása az, amit keresünk.* Ez minden… Tehát az

$$\mathbf{E} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 c^2} \frac{\mathrm{d}^2\mathbf{e}_{r'}}{\mathrm{d}t^2} \tag{28.5}$$

egyenlet a sugárzás törvényét fejezi ki, mivel a jobb oldal a távolsággal fordítottan arányos, s így ez az egyetlen fontos tag, ha elég messze megyünk a töltéstől. (A távolság négyzetével fordítottan arányos részek annyira lecsökkennek, hogy már nem kell figyelembe vennünk őket.)

Most kicsit továbbmenve, fejtsük ki a (28.5) képlet jelentését. Tegyük fel, hogy egy töltés valamilyen tetszés szerinti módon mozog, s mi bizonyos távolságból figyeljük. Képzeljük el egy pillanatra, hogy a töltés „kivilágosodik” (noha magát a fényt próbáljuk most megmagyarázni); képzeljük el, hogy a töltés egy kis fehér folt. Ekkor azt látnánk, hogy a fehér folt körbe-körbe mozgást végez. De a már említett késés miatt nem látnánk, hogy *pontosan* hogyan mozog az *adott* pillanatban. Az a lényeges, hogy miképpen mozgott *korábban.* Az $\mathbf{e}_{r'}$ egységvektor a töltés látszólagos helye felé mutat. Természetesen $\mathbf{e}_{r'}$ végpontja valamilyen görbén mozog, úgyhogy gyorsulásának két komponense van: az egyik a transzverzális, hiszen a vektor végpontja fel-le mozog, a másik a sugárirányú, hiszen a végpont mindig rajta van egy gömbfelületen. Könnyű megmutatni, hogy az utóbbi komponens sokkal kisebb, és nagy r-ek esetén r négyzetének reciprokával változik. Ez könnyen látható, mert amikor elképzeljük, hogy egyre távolabb és távolabb halad a forrás a megfigyelés helyétől, akkor $\mathbf{e}_{r'}$ ide-oda lengés a távolsággal fordítottan látszik egyre kisebbnek. A gyorsulás sugárirányú komponense azonban sokkal erőteljesebben változik, mint a távolság reciproka. Ezért gyakorlati célokra elegendő, ha a mozgást csupán egy egységnyi távolságra levő síkra vetítjük. Ezért a következő szabályt kapjuk: képzeljük el, hogy miközben a mozgó töltést figyeljük, minden, amit látunk, korábban történt. Hasonló ez ahhoz, mint amikor egy festő a tőle egységnyi távolságban levő vászonra tájképet fest. Természetesen nem veszi figyelembe, hogy a fény bizonyos sebességgel terjed, hanem úgy festi le a tájat, ahogyan látja. A képen egy foltot látunk, amely a mozgó