

EMELT SZINTŰ ÉRETTSÉGI

KIDOLGOZOTT
SZÓBELI TÉTELEK

MATEMATIKA 2026



CORVINA

EMELT SZINTŰ
ÉRETTSÉGI
KIDOLGOZOTT SZÓBELI TÉTELEK

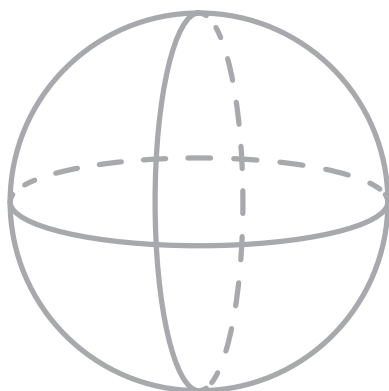
2026

EMELT SZINTŰ **ÉRETTSÉGI**

KIDOLGOZOTT SZÓBELI TÉTELEK

2026

MATEMATIKA



© Siposs András, 2026

Szakmailag ellenőrizte: Szabó Ildikó

Ábrarajzok: Pavela Károly

Borítóterv: Vető Gábor

Jelen kiadvány a jogtulajdonos írásos engedélye nélkül sem részben,
sem egészben nem másolható, sem elektronikus, sem mechanikus eljárással, ideértve
a fénymásolást, számítógépes rögzítést vagy adatbankban való felhasználást is.

Kiadja 2026-ban a Corvina Kiadó Kft., az 1795-ben alapított
Magyar Könyvkiadók és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja.



1086 Budapest, Dankó u. 4–8.

corvina@lira.hu

www.corvinakiado.hu

Felelős kiadó: Király Levente, a Corvina igazgatója

Műszaki vezető: Székelyhidi Zsolt

Tördelés: Siposs András és Szabó Rózsa

ISBN 978 963 13 7195 6

TARTALOM

ELŐSZÓ	7
Az emelt szintű szóbeli vizsga leírása	9
1. Halmazok, halmazműveletek. Nevezetes pontthalmazok a síkban és a térben	11
2. Racionális és irracionális számok. Műveletek a racionális és irracionális számok halmazán. Közösleges törtek és tizedes törtek. Halmazok számossága	17
3. Oszthatóság, oszthatósági szabályok és tételek. Prímszámok. Számrendszerek	23
4. A matematikai logika elemei. Logikai műveletek. Állítás és megfordítása, szükséges és elégséges feltételek, bemutatásuk tételek megfogalmazásában és bizonyításában	28
5. Hatványozás, a hatványfogalom kiterjesztése, a hatványozás azonosságai. Az n -edik gyök fogalma. A négyzetgyök azonosságai. Hatványfüggvények és a négyzetgyökfüggvény	32
6. A logaritmus fogalma és azonosságai. Az exponenciális és a logaritmusfüggvény. Az inverzfüggvény	37
7. Másodfokú egyenletek és egyenlőtlenségek. Másodfokúra visszavezethető egyenletek. Egyenletek ekvivalenciája, gyökvesztés, hamis gyök, ellenőrzés	42
8. A leíró statisztika jellemzői, diagramok. Nevezetes középértékek	49
9. Függvénytani alapismeretek, függvények tulajdonságai, határértékek, folytonosság. Számsorozatok. A számtani sorozat, az első n tag összege	56
10. Mértani sorozat, az első n tag összege, végtelen mértani sor. Kamatszámítás, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet. Exponenciális folyamatok a társadalomban és a természetben	65
11. A differenciálhányados fogalma, deriválási szabályok. A differenciál-számítás alkalmazásai (érintő, függvényvizsgálat, szélsőértékfeladatok)	70

12. Derékszögű háromszögekre vonatkozó tételek. A hegyesszögek szögfüggvényei. Összefüggések a hegyesszögek szögfüggvényei között. A szögfüggvények általánosítása	77
13. Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai és körei	83
14. Összefüggések az általános háromszögek oldalai között, szögei között, oldalai és szögei között	87
15. Egybevágósági transzformációk, alakzatok egybevágósága. Szimmetria. Hasonlósági transzformációk. Hasonló síkidomok kerülete, területe, hasonló testek felszíne, térfogata. A hasonlóság alkalmazásai síkgeometriai tételek bizonyításában	93
16. Konvex sokszögek tulajdonságai. Szabályos sokszögek. Gráfok	102
17. A kör és részei. Kerületi szög, középponti szög, látószög. Húrnégyszögek, érintőnégyszögek	107
18. Vektorok, vektorműveletek. Vektorfelbontási tétel. Vektorok koordinátái. Skaláris szorzat	117
19. Szakaszok és egyenesek a koordinátasíkon. Párhuzamos és merőleges egyenesek. Elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek grafikus megoldása	122
20. A kör és a parabola elemi úton és a koordinátasíkon. Kör és egyenes, parabola és egyenes kölcsönös helyzete. Másodfokú egyenlőtlenségek grafikus megoldása	128
21. Térelemek távolsága és szöge. Térbeli alakzatok. Felszín- és térfogatszámítás	133
22. Területszámítás elemi úton és az integrálszámítás felhasználásával	143
23. Kombinációk. Binomiális tétel, a Pascal-háromszög. A valószínűség kiszámításának kombinatorikus modellje. A hipergeometrikus eloszlás ...	149
24. Permutációk, variációk. A binomiális eloszlás. A valószínűség kiszámításának geometriai modellje	154
25. Bizonyítási módszerek és bemutatásuk tételek bizonyításában	161
Függelék	165
Matematikai képlettár	167
A 0 nulladik hatványáról	169

ELŐSZÓ

Kedves Érettségiző!

Jó döntés volt az emelt szintű vizsgát választani. Ez többletpontokat jelent a felvételhez, és alaposabb, mélyebb tudást az egyetem kezdeti szakaszában. A felkészülés során befektetett munka azáltal is hasznosul, hogy nem kell felzárkóztató foglalkozásra vagy magántanárhoz járni az első szemeszterekben.

Ez a könyv a 2026. júniusi matematika szóbeli vizsga 25 témakörét dolgozza fel. Abban segít, hogy alaposan megtervezhető legyen a vizsgán való szereplés. Az egyes témák kidolgozása tartalmazza valamennyi idevágó fogalom pontos definícióját, a megfelelő tételeket, sok esetben a bizonyításukkal együtt. (A bizonyítások végét a ✓ jel mutatja.) A bebizonyított tételek száma a témakör jellegétől függ. Egyes, főleg geometriai témaköröknél egymásra épülő tételsorok is szerepelnek. A vizsgán természetesen nem kell ennyi bizonyítást előadni, de e könyv lehetőséget teremt a választásra. Kitér a témák alkalmazásaira, tartalmaz egyszerű példákat, sőt néhány kidolgozott feladatot is. (Ezek nem részei a vizsgán előadandó feleletnek, hiszen ott bizonyára más konkrét feladatok szerepelnek majd. Mégis, tájékozódásul hasznosak lehetnek érdekes alkalmazásként, de akár az írás-, akár a szóbeli érettségi vizsgán kitűzhetnek hasonló feladatokat. Könyvünk ezért eltér a – „piacon” mára szép számban megjelenő – *mintatételeket* tartalmazó kötetektől, hiszen pusztán a kidolgozott részek megtanulása, „bemagolása” nem helyettesíti az anyag egészéből való *felkészülést*; sem az eredményesség, sem a valódi tudás szempontjából.)

Ez a felkészítő kiadvány sorozatjelleggel évek óta megjelenik, a jelen kötet természetesen már a 2024-től érvényes megváltozott érettségi vizsgakövetelményeknek megfelelő tartalommal.

Örömteli munkát, sikeres érettségi vizsgát kíván

a Szerző

Budapest, 2026. január

Az emelt szintű szóbeli vizsga leírása

A vizsga időtartama 20 perc, ez alatt egy témát kell összefüggő módon kifejtteni a megadott szempontok szerint. A használható segédeszközök: szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő (ezeket a vizsgáló biztosítja); képlettár (ezt a vizsgabizottság biztosítja, és könyvünk Függelékében is megtalálható, 167–168. old.). Ezeken túl más nem használható, pl. a Függvénytáblázat sem.

2017 óta a korábbinál részletesebben szabályozzák a számológép használatát. Bár ez elsősorban az írásbeli vizsgát érinti, de a szóbeli vizsgához is hasznos tudni, hogy a gondolatmenet kifejtése során a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, faktoriális és binomiális együttható kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése ($\sin$, $\cos$, $\tan$, $\log$ és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használható a számológép az átlag és a szórás kiszámítására, hacsak a feladat szövege nem követeli meg kifejezetten az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, így azokért nem jár pont.

Az emelt szintű szóbeli vizsga központi tételsor alapján zajlik. A tétel címében megjelölt témát a vizsgázónak logikusan, arányosan felépített, szabad előadásban, önállóan kell kifejtenie. Közbekezdni csak akkor lehet, ha teljesen helytelen úton indult el, vagy nyilvánvaló, hogy elakadt. (Ez esetben segítő kérdést lehet feltenni, amennyiben az még a felelési időbe belefér.) A felkészülési idő alatt célszerű vázlatot készítenie. Ebben tervezze meg a címben megjelölt témakör(ök)höz tartozó ismeretanyag rövid áttekintését, dolgozza ki azokat a részeket, amelyeket részletesen kifejt, oldja meg a feladatot. Vázlatát felelete közben használhatja, de a tétellapra rajzolni és írni nem szabad!

A feleletben feltétlenül szerepelniük kell az alábbi részleteknek:

- egy, a témához tartozó, a vizsgázó választása szerinti definíció pontos kimondása;
- egy, a témához tartozó, a vizsgázó választása szerinti tétel pontos kimondása és bizonyítása;
- a kitűzött feladat megoldása;
- a téma matematikán belüli vagy azon kívüli alkalmazása (több felsorolása vagy egy részletesebb bemutatása), illetve matematikatörténeti vonatkozása.

Ha a tételhez tartozó kitűzött feladat bizonyítást igényel, akkor ennek a megoldása nem helyettesíti a témakörhöz tartozó tétel kimondását és bizonyítását.

A szóbeli vizsga értékelése

A szóbeli vizsgán elérhető pontszám 35. Az értékelés központi értékelési útmutató alapján történik.

Az értékelési szempontok:

A felelet tartalmi összetétele, felépítésének szerkezete **10 pont**

Ezen belül:

Logikus felépítés, szerkesztettség, tartalmi gazdagság 6 pont

Ebben a pontban kell értékelni a feleletben szereplő, a témához illő definícióknak, a kimondott tételnek és bizonyításának a nehézségét is.

A felelet matematikai tartalmi helyessége 4 pont

A feleletben szereplő, a témához illő definíció helyes kimondása **2 pont**

Ha több definíciót is elmond, akkor a definícióra adható 2 ponttal a legjobbat kell értékelni.

A feleletben szereplő a témához illő tétel helyes kimondása és bizonyítása **6 pont**

Ezen belül:

A tétel helyes kimondása 2 pont

A tétel helyes bizonyítása 4 pont

A kitűzött feladat helyes megoldása **8 pont**

Ha a feladatot csak a vizsgáztató segítségével tudja elkezdni, akkor maximum 5 pont adható.

Alkalmazások ismertetése **4 pont**

Egy, a tételhez illő alkalmazás vagy matematikatörténeti vonatkozás részletes kifejtése, vagy 3-4 lényegesen eltérő alkalmazás vagy matematikatörténeti vonatkozás rövid ismertetése.

Matematikai nyelvhasználat, kommunikációs készség **5 pont**

Ezen belül:

Matematikai nyelvhasználat 2 pont

Önálló, folyamatos előadásmód 2 pont

Kommunikáció 1 pont

Ez utóbbi 1 pont akkor is jár, ha a jelölt önálló felelete után nem volt szükség kérdésre.

Azoknál a témaköröknél, ahol a címben foglalt téma kifejtésének egyik legfontosabb része az alkalmazások ismertetése, ott a matematikán kívüli alkalmazások felsorolását helyettesítheti egy matematikán belüli alkalmazás részletes ismertetése.

Forrás: https://dload-oktatasi.educatio.hu/erettsegi/nyilvanos_anyagok_2026tavasz/matem_emelt_szob_tajekoztato_vizsgazoknak_2026maj.pdf

1. Halmazok, halmazműveletek.

Nevezetes pontthalmazok a síkban és a térben

Alapok

A *halmaz* és a *halmazhoz tartozás* fogalmát szemléletből fogadjuk el.

Ha egy dolog valamely halmazhoz tartozik, akkor azt mondjuk, hogy *elem*e ennek a halmaznak. Jelekkel: $b \in H$; $c \notin H$ (b elemé a H halmaznak, c nem elemé a H halmaznak).

Egy halmazt akkor tekintünk *adottnak*, ha minden dologról *egyértelműen* eldönthető, hogy elemé ennek a halmaznak vagy nem.

A halmazokat nagybetűvel jelöljük (A , B stb.). Megadhatjuk őket pl. az elemeik felsorolásával ($A = \{a; b; c\}$), vagy egy közös tulajdonsággal (B a páros számok halmaza). Speciális jelölésük van a nevezetes számhalmazoknak ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ stb.).

Két nevezetes halmaz az üres halmaz ($\emptyset$ vagy $\{\}$), amelynek egyetlen eleme sincs (vigyázat, a $\{\emptyset\}$ már más halmaz, annak van egy eleme, az üres halmaz!), és az *alaphalmaz* vagy mindenség, *univerzum* (U), amely egy adott helyzetben, feladatban a szóba jöhető vagy megengedett, megadott összes elemet tartalmazza.

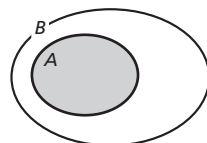
Halmazrelációk

1. Egyenlőség

Két halmaz akkor *egyenlő*, ha azonosak az elemeik. (A halmaz elemeinek felsorolásakor a sorrend és az esetleges többszöri ismétlés lényegtelen.)

2. Részhalmaz

Akkor mondjuk, hogy egy A halmaz *részhalma*za egy B halmaznak, ha az A minden egyes eleme egyúttal elemé a B -nek is. (Ekkor akár még egyenlők is lehetnek.) Ha viszont emellett B -nek van olyan eleme, ami nem elemé A -nak, akkor A halmaz *valódi* részhalmaza a B halmaznak.



A jelölésben sajnos van némi következetlenség: egyes könyvek a részhalmaz relációt így jelölik: $A \subset B$, a valódi részhalmazt így: $A \subsetneq B$; mások a részhalmazt így: $A \subseteq B$, és a valódi részhalmazt így: $A \subset B$. (Utóbbi szerencsésebb, mert logikus, tartalmi analógiát mutat a számok közti „ $\leq$ ” és „ $<$ ” relációs jelekkel.) Például: $\{10; 100; 1000\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

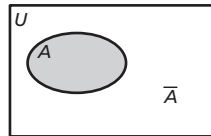
Fontos tulajdonságok:

- minden halmaz részhalmaza önmagának (*reflexivitás*);
- az üres halmaznak egyetlen részhalmaza van: önmaga;
- minden halmaznak részhalmaza az üres halmaz;
- az üres halmaz valódi részhalmaza minden nem üres halmaznak;
- minden nem üres halmaznak legalább két részhalmaza van: az üres halmaz és önmaga;
- ha $A \subseteq B$ és $B \subseteq A$, akkor $A = B$;
- ha $A \subset B$ és $B \subset C$, akkor $A \subset C$ (*transzitivitás*).

Halmazműveletek, műveleti tulajdonságok

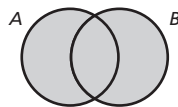
1. Komplementer-képzés

Minden más elem, amely nem tartozik az A halmazhoz, A kiegészítő halmazát, komplementer halmazát vagy röviden *komplementerét* alkotja (jelben: $\bar{A}$). Így azonban nem világos, hogy pl. a páratlan számok komplementeréhez mik is tartoznak: csak a páros számok, vagy a törtek is, netán a betűk, emberek, ...? Az egyértelműség hiányában így nem tekinthetnénk ezt a halmazt adottnak, ismertnek. Ezért meg kell adni az alaphalmazt (U), amelynek A részhalmaza, és $\bar{A}$ az alaphalmaz azon elemeit tartalmazza, amelyeket A nem. (U tulajdonképpen azon határokat, kereteket szabja meg, hogy meddig is tart a „minden más.”) Természetesen $\overline{\bar{A}} = A$.



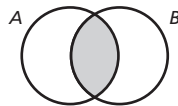
2. Egyesítés (unió)

Azoknak a dolgoknak a halmazát, amelyek A és B halmazok közül legalább az egyiknek elemei, az A és a B halmaz *uniójának* (egyesítésének) nevezzük (jelben: $A \cup B$).



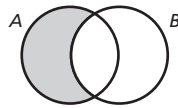
3. Közös rész (metszet)

Azoknak a dolgoknak a halmazát, amelyek A és B halmazok mindegyikének elemei, az A és a B halmaz *metszetének* (közös részének) nevezzük (jelben: $A \cap B$).



4. Különbség(halmaz)

Azoknak a dolgoknak a halmazát, amelyek az A halmaznak elemei, de a B halmaznak nem, az A és a B *különbségének* (különbség(halmazának) nevezzük (jelben: $A \setminus B$).



5. Descartes-szorzat (kapcsolat a koordináta-rendszerrel)

Azoknak a *rendezett pároknak* a halmazát, amelyeknek az első komponense eleme az A -nak, második komponense pedig eleme a B -nek, az A és a B halmaz *Descartes-féle* (vagy *direkt*-) *szorzatának* nevezzük (jelben: $A \times B$, olvasva: „A kereszt B”). Tömören: $A \times B = \{(a; b) \mid a \in A, b \in B\}$.

Például, ha $A = \{1; 2; 3\}$ és $B = \{c; d\}$, akkor $A \times B$ is és $B \times A$ is hat rendezett pár halmaza:

$$A \times B = \{(1; c); (1; d); (2; c); (2; d); (3; c); (3; d)\} \text{ és}$$

$$B \times A = \{(c; 1); (c; 2); (c; 3); (d; 1); (d; 2); (d; 3)\}.$$

Az első halmaz elemeiből úgy is megkaphatjuk a második halmaz elemeit, hogy mindegyik rendezett párban felcseréljük az első és a második komponenst.

A Descartes-féle koordináta-rendszerben (a síkon) épp ilyen rendezett párok alkotják a pontok koordinátáit. Azt mondhatjuk, hogy a sík pontjai és az $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ halmaz elemei, mint minden lehetséges valós számpár között hozunk létre egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést. A térben pedig a pontokat az $\mathbf{R} \times \mathbf{R} \times \mathbf{R}$ halmaz rendezett számhármasaival jellemezzük. (Ebben az értelemben szokás a síkot $\mathbf{R}^2$, a teret $\mathbf{R}^3$ szimbólummal is jelölni. Ha ehhez hozzávesszük egy (szám)egyenes $\mathbf{R}$ jelölését, akkor a kitevő és a dimenziószám közti megfelelést vehetjük észre.)

6. *Műveleti tulajdonságok* (úgy is, mint **tételek** – mindegyik könnyen **bizonyítható** pl. Venn-diagrammal)

kommutativitás: $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$

asszociativitás: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

disztributivitás: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$, $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$,

$A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$,

$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$, $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$,

$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$, $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$,

$A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$, $(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$.

(A direkt szorzat disztributivitása az unió, a metszet és a különbség műveletére nézve mindkét irányból fennáll, ami – nem kommutatív műveletről lévén szó – két különböző, független tulajdonság.)

elnyelési szabályok: $A \cup A = A$, $A \cap A = A$, $A \setminus A = \emptyset$;

$A \cup \emptyset = A$, $A \cap \emptyset = \emptyset$; $A \setminus \emptyset = A$, $\emptyset \setminus A = \emptyset$;

$A \cup U = U$, $A \cap U = A$, $A \setminus U = \emptyset$, $U \setminus A = \bar{A}$;

$A \cup \bar{A} = U$, $A \cap \bar{A} = \emptyset$

De Morgan-azonosságok: $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$, $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

továbbá: $A \setminus B = A \cap \bar{B}$, $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

(ez utóbbi művelet eredményét nevezzük A és B halmazok *szimmetrikus differenciájának*, jelben: $A \Delta B$);

ha $A \subset B$, akkor $A \cup B = B$ és $A \cap B = A$;

ha $A \cap B = \emptyset$ (ún. *diszjunkt* halmazok), akkor $A \setminus B = A$ és $B \setminus A = B$;

ha $A = B$, akkor és csak akkor $A \setminus B = B \setminus A$ (és ekkor mindkettő $= \emptyset$);

ha $A = B$, akkor és csak akkor $A \times B = B \times A$.

Halmazok alkalmazása

Valamely függvény megadásához *két halmazra* és egy *utasításra* van szükségünk. Az egyik halmaz (az értelmezési tartomány) minden egyes eleméhez hozzárendeljük az utasításnak megfelelően a másik halmaz egy-egy elemét. Ezt a második halmazt a függvény egy *képhalmazának* nevezzük. A képhalmaznak azok az elemei, amelyek a hozzárendelésben szerepelnek, alkotják a függvény *értékkészletét*. Az értékkészlet tehát *részhalmaza* a képhalmaznak.

Például ha egy függvény értelmezési tartománya a $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ halmaz, és a függvény e halmaz minden egyes eleméhez a négyzetét rendeli hozzá, akkor képhalmaznak választhatjuk akár az $\mathbf{N}$, akár a $\mathbf{Z}$, vagy az $\mathbf{R}$ halmazt is. A függvény értékkészlete pedig a $\{0; 1; 4; 9; 16; 25\}$ halmaz.

További alkalmazások: egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer alaphalmaza, megoldáshalmaza; adott tulajdonságú pontok halmazai; síkidomok, testek definiálása, osztályozása.

FELADAT

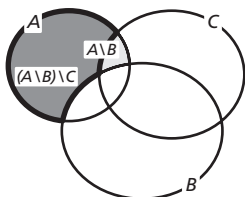
Igaz-e tetszőleges A , B és C halmazokra, hogy $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$?

A megoldáshoz halmazábrát (Venn-diagramot) készítünk.

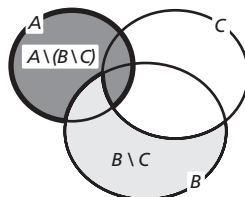
Az a) ábrán szemléltetjük az $A \setminus B$ és az $(A \setminus B) \setminus C$ halmazt,

a b) ábrán a $B \setminus C$ és az $A \setminus (B \setminus C)$ halmazt.

a)



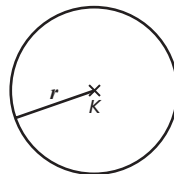
b)



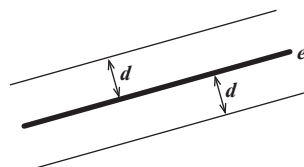
A két ábra összehasonlítása azt mutatja, hogy $A \setminus (B \setminus C) = [(A \setminus B) \setminus C] \cup (A \cap C)$, vagyis a kérdésbeli két halmaz akkor és csak akkor egyenlő, ha $A \cap C = \emptyset$ (nincs közös elemük, diszjunkt halmazok) – tehát tetszőleges halmazokra nem igaz az állítás.

Nevezetes pontthalmazok a síkban

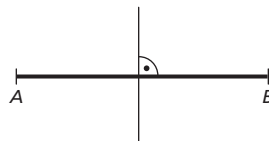
Azoknak a pontoknak a halmaza egy síkban, amelyek a *sík egy K pontjától adott r távolságra* vannak, egy *körvonal*, amelynek az adott pont a középpontja, és az adott távolság a sugara.



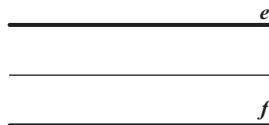
Azoknak a pontoknak a halmaza egy síkban, amelyek a *sík egy e egyenesétől adott d távolságra* vannak, két olyan párhuzamos *egyenes*, amelyeknek az adott egyenestől való távolsága az adott távolsággal egyenlő.



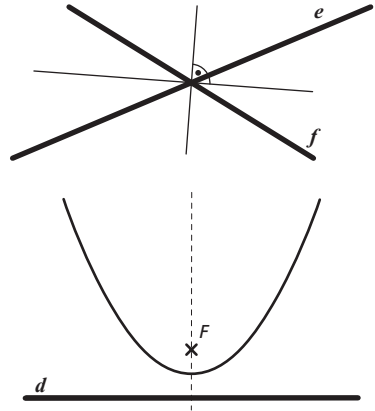
Azoknak a pontoknak a halmaza egy síkban, amelyek egy, a síkra illeszkedő AB szakasz két végpontjától *egyenlő távolságra* vannak, a szakasz felező merőleges *egyenes*e.



Azoknak a pontoknak a halmaza egy síkban, amelyek a *sík két párhuzamos (e és f) egyenesétől egyenlő távolságra* vannak, a két egyenes *középpárhuzamosa*, egy velük párhuzamos, közöttük a távolságuk felében futó *egyenes*.

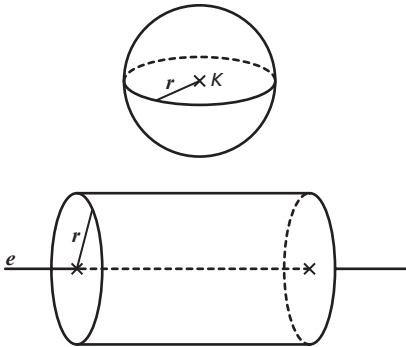


Azoknak a pontoknak a halmaza egy síkban, amelyek a sík két metsző (e és f) egyenesétől egyenlő távolságra vannak, az adott egyenesek szögfelezői: két egymásra merőleges egyenes.



Azoknak a pontoknak a halmaza egy síkban, amelyek egyenlő távolságra vannak egy egyenestől és egy rá nem illeszkedő ponttól, egy parabola. A pont a parabola gyújtópontja (fókusz), az egyenes a vezéregyenes (direktrix). A parabola tengelye a fókuszon át a vezéregyenesre állított merőleges, a parabola erre szimmetrikus.

Nevezetes pontthalmazok a térben



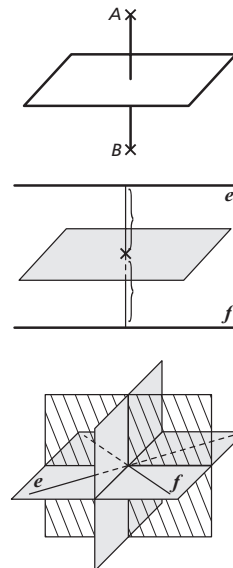
Azoknak a pontoknak a halmaza a térben, amelyek egy AB szakasz két végpontjától egyenlő távolságra vannak, a szakasz felező merőleges síkja.

Azoknak a pontoknak a halmaza a térben, amelyek két párhuzamos (e és f) egyenestől egyenlő távolságra vannak, egy velük párhuzamos, tőlük egyenlő távolságra lévő sík.

Azoknak a pontoknak a halmaza a térben, amelyek két metsző (e és f) egyenestől egyenlő távolságra vannak, két sík, az adott egyenesek szögfelező síkjai; mindkettő merőleges a két egyenes síkjára és egymásra is merőlegesek.

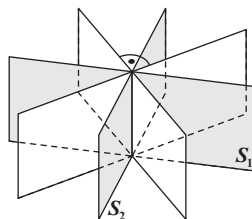
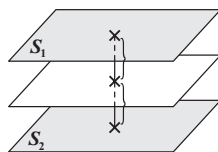
Azoknak a pontoknak a halmaza a térben, amelyek egy K ponttól adott r távolságra vannak, egy gömbfelület, amelynek az adott pont a középpontja, és az adott távolság a sugara.

Azoknak a pontoknak a halmaza a térben, amelyek egy e egyenestől adott r távolságra vannak, egy olyan hengerfelület, amelynek az adott egyenes a tengelye, és az adott távolság a sugara.



Azoknak a pontoknak a halmaza a térben, amelyek *két párhuzamos* (S_1 és S_2) *síktól egyenlő távolságra* vannak, egy olyan *sík*, amely párhuzamos az adott síkokkal, és tőlük egyenlő távolságra van.

Azoknak a pontoknak a halmaza a térben, amelyek *két metsző* (S_1 és S_2) *síktól egyenlő távolságra* vannak, *két sík*, ezek az adott síkok szögfelező síkjai, merőlegesek egymásra.



Alkalmazások nevezetes ponthalmazokra

1. A háromszög oldalfelező merőlegesei egy pontban metszik egymást, ez a pont egyenlő távolságra van a háromszög csúcspontjaitól, tehát ez a háromszög köré írt kör középpontja. (Ld. 83. oldal.)

2. A háromszög szögfelezői egy pontban metszik egymást, ez a pont egyenlő távolságra van a háromszög oldalegyeneseitől, tehát ez a háromszögbe írt kör középpontja. (Ld. 84. oldal.)

3. A parabolát a tengelye körül megforgatva kapjuk a forgási paraboloid nevű felületet. Ilyen alakúak az autók reflektoraiban az izzó mögötti tükrök (a fókuszban elhelyezett izzó fényét párhuzamos nyalábként vetítik előre), és ilyenek a műholdvevő antennák (a távoli műholdról gyakorlatilag párhuzamosan érkező sugarakat a fókuszban elhelyezett vevőfejbe gyűjtik össze).

További alkalmazások, csak említés szintjén

Kör és egyenes kölcsönös helyzete. Tengelyes tükrözés, síkra való tükrözés. Háromszögek hozzáírt körei. Síkidomok alkotórészeinek, kerületének, területének kiszámítása. Testek alkotórészeinek, felszínének, térfogatának kiszámítása. Vektorok.

Történeti vonatkozások

A halmaz fogalom először a német Bernard Bolzano 1851-ben (már halála után) megjelent művében tűnt fel. A következő évtizedekben a szintén német Richard Dedekind és Georg Cantor dolgozták ki egyre részletesebben az elméletet, elsősorban függvénytan alkalmazásra és a „végtelen” fogalmát tisztázandó. Később megszületett a halmazelmélet axiomatikus felépítése is; igaz, több párhuzamos axióma-rendszer is létezett. Ezek egyike többek közt a magyar Neumann János nevéhez fűződik.